

منبع: کنکور سراسری

زمان ۷ دقیقه

پایه دهم تجربی

مدرسه گروه آموزشی بیوگراوند

شماره آزمون سری اول (سوالات کنکور)

مبحث مجموعه، الگو و دنباله (فصل ۱ دهم)

درس ریاضی

گزینه ۳

۱

دسته سوم ، دسته دوم ، دسته اول  
 ↓ ↓ ↓  
 ۱ ، ۲ ، ۳ ، ...

پس تعداد کل جملات ۲۹ دسته اول برابر است با:

$$\begin{aligned} \text{تعداد کل جملات ۲۹ دسته اول} &= ۱ + ۲ + ۳ + \dots + ۲۹ \\ &= \frac{۲۹(۲۹+۱)}{۲} = \frac{۲۹ \times ۳۰}{۲} = ۴۳۵ \end{aligned}$$

پس اولین جمله دسته سی‌ام، برابر با جمله ۴۳۶ام دنباله اعداد طبیعی فرد است. دنباله اعداد طبیعی فرد، یک دنباله خطی با جمله عمومی  $a_n = 2n - 1$  است، بنابراین:

$$\text{اولین جمله دسته ۳۰ام} = a_{۴۳۶} = ۲ \times ۴۳۶ - ۱ = ۸۷۱ = b_1$$

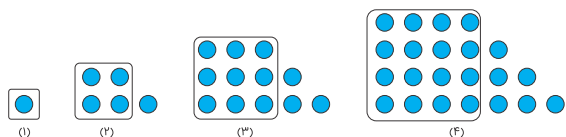
دسته سی‌ام، جمله دارد، بنابراین جمله آخر این دسته برابر است با:

$$b_{۳۰} = b_1 + ۲۹d \xrightarrow[d=۲]{b_1=۸۷۱} ۸۷۱ + ۲۹ \times ۲ = ۹۲۹$$

(توجه کنید که جملات هر دسته، یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۲ هستند)، بنابراین:

$$b_1 + b_{۳۰} = ۸۷۱ + ۹۲۹ = ۱۸۰۰$$

الگوی داده شده را به صورت زیر تقسیم بندی می کنیم:



طبق شکل داریم:

$$a_1 = 1^2 + 0, \quad a_2 = 2^2 + (0 + 1), \quad a_3 = 3^2 + (0 + 1 + 2), \quad \dots$$

$$\Rightarrow a_n = n^2 + (0 + 1 + 2 + \dots + (n - 1))$$

بنابراین در شکل نهم تعداد دایره ها برابر است با:

$$9^2 + (0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 8) = 81 + \frac{8 \times 9}{2} = 81 + 36 = 117$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

راه حل اول:

شماره شکل	۱	۲	۳
تعداد دایره ها	۵	۸	۱۱

$\underbrace{\quad\quad\quad}_{+3}$ 
 $\underbrace{\quad\quad\quad}_{+3}$

تعداد دایره ها تشکیل دنباله حسابی می دهند، بنابراین داریم:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_{12} = 5 + 11 \times 3 = 38$$

راه حل دوم:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 1 + 2 \times 2 \\ a_2 &= 2 + 2 \times 3 \\ a_3 &= 3 + 2 \times 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_n = n + 2 \times (n + 1) = 3n + 2$$

بنابراین با یک دنباله خطی با جمله عمومی  $a_n = 3n + 2$  مواجه هستیم. جمله دوازدهم دنباله برابر است با:

$$a_{12} = 3(12) + 2 = 38$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

{۱} : دسته اول

{ $\underbrace{۲}_{۱+۱}$ , ۳,  $\underbrace{۴}_{۲^۲}$ } : دسته دوم

{ $\underbrace{۵}_{۲^۲+۱}$ , ۶, ۷, ۸,  $\underbrace{۹}_{۳^۲}$ } : دسته سوم

⋮

{ $\underbrace{۵۰}_{۷^۲+۱}$ , ...,  $\underbrace{۶۴}_{۸^۲}$ } : دسته هشتم

{ $\underbrace{۶۵}_{۸^۲+۱}$ , ...,  $\underbrace{۸۱}_{۹^۲}$ } : دسته نهم

$$\Rightarrow \text{واسطه حسابی} = \frac{۸۱ + ۶۵}{۲} = \frac{۱۴۶}{۲} = ۷۳$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

راه حل اول:

جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنباله حسابی با قدر نسبت (اختلاف مشترک)  $d$  و جمله اول  $a_1$  برابر است با:

$$\underbrace{a_1 + 2d}_{t_1}, \underbrace{a_1 + 6d}_{t_2}, \underbrace{a_1 + 15d}_{t_3}$$

$t_1, t_2, t_3$  سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی هستند، پس داریم:

$$t_2^2 = t_1 t_3 \Rightarrow (a_1 + 6d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 15d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 12a_1d + 36d^2 = a_1^2 + 17a_1d + 30d^2$$

$$\Rightarrow 6d^2 - 5a_1d = 0 \Rightarrow d(6d - 5a_1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 0 \Rightarrow r = 1 \text{ (در گزینه‌ها نیست)} \\ 6d - 5a_1 = 0 \Rightarrow d = \frac{5}{6}a_1 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$t_1 = a_1 + 2d = a_1 + 2\left(\frac{5}{6}a_1\right) = \frac{8}{3}a_1$$

$$t_2 = a_1 + 6d = a_1 + 6\left(\frac{5}{6}a_1\right) = 6a_1$$

در نتیجه قدر نسبت (نسبت مشترک) دنباله هندسی برابر است با:

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{6a_1}{\frac{8}{3}a_1} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

راه حل دوم:

نکته: اگر جملات  $a_n, a_m, a_k$  از یک دنباله حسابی غیرثابت، به ترتیب جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، قدر نسبت

$$r = \frac{k - m}{m - n} \text{ (نسبت مشترک) دنباله هندسی برابر است با:}$$

$a_3, a_7, a_{16}$  جملات یک دنباله هندسی هستند، پس طبق نکته داریم:

$$r = \frac{16 - 7}{7 - 3} = \frac{9}{4}$$

$$t_n = an + b$$

$$\begin{cases} t_5 = 8 \\ t_{10} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a + b = 8 \\ 10a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow 5a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{5} = -0.6$$

$$5a + b = 8 \xrightarrow{a=-0.6} -3 + b = 8 \Rightarrow b = 11$$

$$t_{16} = 16a + b = 16(-0.6) + 11 = 1/4$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

$$a_n = an^2 + bn + c$$

$$a_5 = 14 \Rightarrow -\frac{1}{5}(25) + 5b + c = 14 \Rightarrow -5 + 5b + c = 14$$

$$a_7 = 17/2 \Rightarrow -\frac{1}{5}(49) + 7b + c = 17/2 \Rightarrow -\frac{49}{5} + 7b + c = 17/2$$

$$a = \frac{1}{70}(-a_5) = -\frac{1}{5}$$

از حل دو معادله دو مجهول داریم:

$$b = 4, c = -1$$

$$a_n = \frac{-1}{5}n^2 + 4n - 1$$

$$a_{15} = -45 + 60 - 1 = 14$$

$$a_1 = -\frac{1}{5} + 4 - 1 = \frac{14}{5}$$

$$\frac{a_{15}}{a_1} = \frac{14}{\frac{14}{5}} = 5$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱