مدرسه گروه آموزشی بیوگراوند	پایه یازدهم تجربی	زمان ۲۴ دقیقه
درس ریاضی	مبحث توابع نمایی و لگاریتمی (فصل ۵ یازدهم)	شماره آزمون سری اول (سوالات کنکور)

۱

گزینه ۴

$$\log_{۳}^{(۲x^۲+۱)} - \log_{۳}^{(x+۲)} = ۱ \Rightarrow \log_{۳}^{\frac{۲x^۲+۱}{x+۲}} = ۱ \Rightarrow \frac{۲x^۲+۱}{x+۲} = ۳$$

$$\Rightarrow ۲x^۲ - ۳x - ۵ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۳ \pm \sqrt{۹+۴۰}}{۴} = \frac{۳ \pm ۷}{۴} \Rightarrow x = -۱,\ \frac{۱۰}{۴}$$

چون باید $۲x - ۱ > ۰$ باشد، بنابراین جواب $x = \frac{۱۰}{۴}$ قابل‌قبول است.

$$\log_{۸}^{(۲x-۱)} = \log_{۸}^{(\frac{۱۰}{۲}-۱)} = \log_{۸}^{۴} = b \Rightarrow ۴ = ۸^b \Rightarrow ۲^۲ = ۲^{۳b} \Rightarrow b = \frac{۲}{۳}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۲ گزینه ۲

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

گام اول

الف) می‌دانیم:

$$\log a - \log b = \log \frac{a}{b} \ , \ \log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m} \log_b^a \ , \ \log_a^a = ۱$$

ب) در تابع لگاریتمی $y = \log {}_b^a$، همواره باید $a > ۰$ و $b = ۱$ باشد.

گام دوم

ابتدا با حل معادلهٔ لگاریتمی داده‌شده، مقدار x را محاسبه می‌کنیم:

$$\log (x^۲ - x - ۶) - \log (x - ۳) = \log (۲x - ۵)$$

$$\Rightarrow \log (x - ۳)(x + ۲) - \log (x - ۳) = \log (۲x - ۵)$$

$$\Rightarrow \log \frac{(x - ۳)(x + ۲)}{(x - ۳)} = \log (۲x - ۵) \Rightarrow \log (x + ۲) = \log (۲x - ۵)$$

$$\Rightarrow x + ۲ = ۲x - ۵ \Rightarrow x = ۷$$

به ازای $x = ۷$ تمام لگاریتم‌ها تعریف شده پس این مقدار قابل‌قبول است. حال مقدار لگاریتم $\sqrt[۳]{x + ۱}$ در پایهٔ ۴ را به ازای $x = ۷$ حساب می‌کنیم:

$$\log_۴^{\sqrt[۳]{x+۱}} = \log_۴^{\sqrt[۳]{۷+۱}} = \log_۴^{\sqrt[۳]{۸}} = \log_۴^{\sqrt[۳]{۲^۳}} = \log_۴^۲ = \log_{۲^۲}^۲ = \frac{۱}{۲} \log_۲^۲ = \frac{۱}{۲}$$

۳ گزینه ۳

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

گام اول

معادلات نمایی و لگاریتمی را به‌صورت ساده‌شده می‌نویسیم (از معادلهٔ لگاریتمی y را بر حسب x به دست می‌آوریم) با حل دستگاه دومعادله و دومجهول حاصل x و y را تعیین می‌کنیم.

گام دوم

$$\log y = ۲\log ۳ + \log x \Rightarrow \log y = \log ۳^۲ + \log x$$

$$\Rightarrow \log y = \log ۹x \Rightarrow y = ۹x \quad (۱)$$

$$۲^{x-۷} \times ۴^{x+y} = ۱ \Rightarrow ۲^{x-۷} \times (۲^۲)^{x+y} = ۱ \Rightarrow ۲^{x-۷} \times ۲^{۲x+۲y} = ۱$$

$$\Rightarrow ۲^{۳x+۲y-۷} = ۱ = ۲^۰ \Rightarrow ۳x + ۲y - ۷ = ۰ \xrightarrow{(۱)} ۳x + ۱۸x - ۷ = ۰$$

$$\Rightarrow ۲۱x = ۷ \Rightarrow x = \frac{۷}{۲۱} = \frac{۱}{۳}$$

$$y = ۹x \Rightarrow y = ۹ \times \frac{۱}{۳} = ۳$$

۴ گزینه ۴

$$۳^{۲x+y} = ۹ \times ۳^{x-y} \Rightarrow ۳^{۲x+y} = ۳^{۲+x-y} \Rightarrow ۲x + y = ۲ + x - y \Rightarrow ۲y = ۲ - x \quad (۱)$$

$$\log(x+۲y) = ۱ + \log y \Rightarrow \log(x+۲y) - \log y = \log ۱۰$$

$$\log\frac{(x+۲y)}{y} = \log ۱۰ \Rightarrow \frac{x+۲y}{y} = ۱۰ \Rightarrow x + ۲y = ۱۰y \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲)} x + ۲y = ۵ \times (۲y) \xrightarrow{(۱)} x + ۲ - x = ۵(۲ - x) \Rightarrow x = \frac{۸}{۵} = ۱/۶$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

۵ گزینه ۴

برای آنکه دو تابع برابر باشند، باید دامنه‌های یکسانی داشته باشند. در این تست کافی است دامنهٔ تابع $y = \log \frac{x-۲}{x}$ را پیدا کنیم و با دامنهٔ تک‌تک گزینه‌ها مقایسه کنیم.

$$y = \log \frac{x-۲}{x} \Rightarrow \text{دامنه}: \frac{x-۲}{x} > ۰ \Rightarrow \begin{cases} x > ۲ \\ \text{یا} \\ x < ۰ \end{cases}$$

$$\text{گزینهٔ ۱}: y = \log(x-۲) - \log x \Rightarrow \text{دامنه}: \begin{cases} x - ۲ > ۰ \Rightarrow x > ۲ \\ x > ۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x > ۲$$

$$\text{گزینهٔ ۲}: y = \log \frac{x^۲ - ۴}{x(x+۲)} = \log \frac{(x-۲)(x+۲)}{x(x+۲)} \Rightarrow \frac{(x-۲)(x+۲)}{x(x+۲)} > ۰$$

در گزینهٔ ۲ باید $x = -۲$ باشد، پس دامنهٔ آن با دامنهٔ تابع اولیه مغایرت دارد.

$$\text{گزینهٔ ۳}: y = \frac{۱}{۲} \log (\frac{x-۲}{x})^۲ \Rightarrow (\frac{x-۲}{x})^۲ > ۰ \Rightarrow x = ۲, ۰$$

$$\text{گزینهٔ ۴}: y = ۲ \log \sqrt{\frac{x-۲}{x}} \xrightarrow{\text{دامنه}} \sqrt{\frac{x-۲}{x}} > ۰ \Rightarrow \frac{x-۲}{x} > ۰ \Rightarrow \begin{cases} x > ۲ \\ \text{یا} \\ x < ۰ \end{cases}$$

بنابراین فقط دامنهٔ گزینهٔ ۴ با دامنهٔ تابع اولیه برابر است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

۶ گزینه ۱

$$(۰/۴)^{۲x-۱} = (\frac{۱۲۵}{۸})^{x^۲}$$

$$\Rightarrow (\frac{۱۲۵}{۸})^{x^۲} = ((\frac{۵}{۲})^۳)^{x^۲} = (\frac{۵}{۲})^{۳x^۲} = (\frac{۲}{۵})^{-۳x^۲} = (\frac{۴}{۱۰})^{-۳x^۲}$$

$$\Rightarrow (\frac{۴}{۱۰})^{۲x-۱} = (\frac{۴}{۱۰})^{-۳x^۲} \Rightarrow -۳x^۲ = ۲x - ۱$$

$$\Rightarrow ۳x^۲ + ۲x - ۱ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۱ & \text{غ.ق.ق} \\ x = \frac{۱}{۳} & \text{ق.ق} \end{cases}$$

به ازای $x = -۱$ عبارت $\log_۸^{(۹x+۱)}$ تعریف‌نشده است.

برای $x = \frac{۱}{۳}$ داریم:

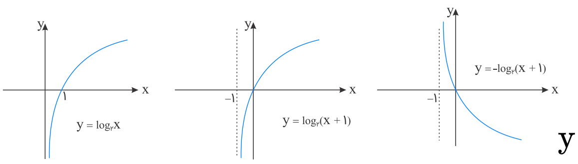
$$\log_۸^{(۹x+۱)} = \log_۸^{(۹ \times \frac{۱}{۳} + ۱)} = \log_۸^۴ = \log_{۲^۳}^{۲^۲} = \frac{۲}{۳}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱۷

۷ گزینه ۲

به کمک انتقال و قرینهٔ نمودار تابع $\log_{۲}^{x}$، به راحتی به جواب می‌رسیم.



$$y = -\log_{۲}^{(x+۱)} = \log_{۲}^{(x+۱)^{-۱}} \Rightarrow U(x) = (x+۱)^{-۱}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۸ گزینه ۲

راه‌حل اول:

$$y = -۱ + \log_{b}^{(۲(x+\frac{a}{۲}))}$$

تابع به اندازهٔ $+\frac{۱}{۲}$ نسبت به نمودار $y = \log x$ انتقال افقی به سمت راست داشته است. پس:

$$\frac{a}{۲} = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow a = -۱$$
$$y = -۱ + \log_{b}^{(۲x-۱)}$$

به‌علاوه مقدار تابع در $x = ۲$ صفر است:

$$y(۲) = -۱ + \log_{b}^{۳} = ۰ \Rightarrow \log_{b}^{۳} = ۱ \Rightarrow b = ۳$$
$$y = -۱ + \log_{۳}^{(۲x-۱)} \xrightarrow{\text{برخورد با } y=۱} -۱ + \log_{۳}^{(۲x-۱)} = ۱$$
$$\Rightarrow \log_{۳}^{(۲x-۱)} = ۲ \Rightarrow ۲x - ۱ = ۹ \Rightarrow x = ۵$$

راه‌حل دوم: (برای به دست آوردن a و b)

$$y = -۱ + \log_{b}^{(۲x+a)}$$

$$\left.\begin{array}{l} ۲x + a > ۰ \Rightarrow x > -\frac{a}{۲} \\ \text{طبق نمودار} : x > \frac{۱}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow a = -۱$$

$$(۲, ۰) \Rightarrow -۱ + \log_{b}^{۳} = ۰ \Rightarrow b = ۳$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۹ گزینه ۳

$$3^{x^2-2} = 81^x \Rightarrow 3^{x^2-2} = 3^{4x} \Rightarrow x^2 - 2 = 4x$$
$$x^2 - 4x = 2 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 6 \Rightarrow (x-2)^2 = 6 \Rightarrow x - 2 = \sqrt{6}$$

حاصل $\log_6^{(x-2)}$ را می‌خواهیم:

$$\log_6^{(x-2)} = \log_6^{\sqrt{6}} = \frac{1}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۱۰ گزینه ۴

$$f(x) = \frac{2^x + (\frac{1}{2})^x}{2} \xrightarrow{f^{-1}(2)=?} \frac{2^x + (\frac{1}{2})^x}{2} = 2$$
$$\Rightarrow 2^x + (\frac{1}{2})^x = 4 \Rightarrow 2^x + \frac{1}{2^x} = 4 \xrightarrow{t=2^x} t + \frac{1}{t} = 4$$
$$\Rightarrow t^2 + 1 = 4t \Rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 12$$
$$\Rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{4 + 2\sqrt{3}}{2} = 2 + \sqrt{3} \\ t = \dfrac{4 - 2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$
$$t = 2^x \Rightarrow x = \log_2^t \Rightarrow \begin{cases} x = \log_2^{(2+\sqrt{3})} \\ x = \log_2^{(2-\sqrt{3})} < 0 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

جواب $x = \log_2^{(2-\sqrt{3})}$ غیرقابل‌قبول است، زیرا دامنه $[0, +\infty)$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۱۱

گزینه ۱

نکته:

$$۱)\ \log_b^a = \frac{\log a}{\log b}$$

$$۲)\ \log_a^{b^n} = n\log_a^b$$

با استفاده از نکات فوق داریم:

$$\log_۴^۳ = ۰/۸ \Rightarrow \frac{\log ۳}{\log ۴} = ۰/۸ \Rightarrow \frac{\log ۳}{\log ۲^۲} = ۰/۸$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\frac{\log ۳}{\log ۲} = ۰/۸ \Rightarrow \frac{\log ۳}{\log ۲} = ۱/۶ \Rightarrow \log ۳ = ۱/۶\log ۲ \quad (*)$$

سپس باتوجه‌به (*) مقدار $\log_{۱۲}^۶$ را به دست می‌آوریم:

$$\log_{۱۲}^۶ = \frac{\log ۶}{\log ۱۲} = \frac{\log ۲\times ۳}{\log ۲^۲\times ۳} = \frac{\log ۲+\log ۳}{\log ۲^۲+\log ۳} = \frac{\log ۲+\log ۳}{۲\log ۲+\log ۳}$$

$$= \frac{\log ۲+۱/۶\log ۲}{۲\log ۲+۱/۶\log ۲} = \frac{(۱+۱/۶)\log ۲}{(۲+۱/۶)\log ۲} = \frac{۲/۶}{۳/۶} = \frac{۱۳}{۱۸}$$

توجه کنید که برای به دست آوردن رابطهٔ (*)، می‌توانستیم به صورت زیر عمل کنیم:

نکته: $\log_{a^m}^{b^n} = \frac{n}{m}\log_a^b$

$$\log_۴^۳ = \log_{۲^۲}^۳ = \frac{۱}{۲}\log_۲^۳ = ۰/۸ \Rightarrow \log ۳ = ۱/۶\log ۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۱۲

گزینه ۲

باتوجه‌به شکل، دو نقطهٔ $(-\frac{۱}{۳},۰)$ و $(۰,-۲)$ در تابع f صدق می‌کنند. بنابراین:

$$(۰,-۲): f(۰) = -۲ \Rightarrow -۴+۲^b = -۲ \Rightarrow ۲^b = ۲ \Rightarrow b = ۱$$

$$(-\frac{۱}{۳},۰): f(-\frac{۱}{۳}) = ۰ \Rightarrow -۴+۲^{-\frac{۱}{۳}a+۱} = ۰ \Rightarrow ۲^{-\frac{۱}{۳}a+۱} = ۴ = ۲^۲$$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{۳}a+۱ = ۲ \Rightarrow -\frac{۱}{۳}a = ۱ \Rightarrow a = -۳$$

با جایگذاری مقادیر a و b در تابع f داریم:

$$f(x) = -۴+۲^{-۳x+۱}$$

$$f(-\frac{۵}{۳}) = -۴+۲^{-۳\times(-\frac{۵}{۳})+۱} = -۴+۲^{۵+۱} = -۴+۲^۶ = ۶۰$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۱۳

گزینه ۱

باتوجه‌به شکل، دو نقطهٔ $(\frac{1}{2}, 0)$ و $(0, -6)$ در تابع $f(x)$ صدق می‌کنند؛ بنابراین:

$$(0, -6) : f(0) = -6 \Rightarrow -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{0+b} = -6 \Rightarrow (\frac{1}{3})^{b} = 3$$

$$\Rightarrow 3^{-b} = 3 \Rightarrow -b = 1 \Rightarrow b = -1$$

$$\left(\frac{1}{2}, 0\right) : f\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}a-1} = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}a-1} = 9$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}a-1} = 3^{2} \Rightarrow 3^{-\frac{1}{2}a+1} = 3^{2} \Rightarrow -\frac{1}{2}a + 1 = 2$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = -2$$

مقادیر a و b را در تابع f جایگذاری می‌کنیم:

$$f(x) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x-1} \Rightarrow f(2) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-4-1} = -9 + 3^{5}$$

$$= -9 + 243 = 234$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۴

گزینه ۳

$$f(x) = \frac{2^{x} - \left(\frac{1}{2}\right)^{x}}{2} \xrightarrow{f^{-1}(2)=?} \frac{2^{x} - \left(\frac{1}{2}\right)^{x}}{2} = 2$$

$$\Rightarrow 2^{x} - \frac{1}{2^{x}} = 4 \xrightarrow{t=2^{x}} t - \frac{1}{t} = 4 \Rightarrow t^{2} - 1 = 4t$$

$$\Rightarrow t^{2} - 4t - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 20 \Rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{4 + 2\sqrt{5}}{2} = 2 + \sqrt{5} \\ t = \dfrac{4 - 2\sqrt{5}}{2} = 2 - \sqrt{5} \end{cases}$$

$$t = 2^{x} \Rightarrow x = \log_{2}^{t} \Rightarrow \begin{cases} x = \log_{2}^{(2+\sqrt{5})} \\ x = \log_{2}^{(2-\sqrt{5})} < 0 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

جواب $x = \log_{2}^{(2-\sqrt{5})}$ غیرقابل‌قبول است، زیرا $2 - \sqrt{5} < 0$ می‌باشد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۵ گزینه ۲

نکته:

$$۱)\ \log_b^a = \frac{\log_x^a}{\log_x^b} (x > ۰ , x \neq ۱)$$

$$۲)\ \log_a^{b^n} = n \log_a^b$$

با استفاده از نکات فوق داریم:

$$\log_{۱۸}^{۸} = \frac{\log_۳^۸}{\log_۳^{۱۸}} = \frac{\log_۳^{۲^۳}}{\log_۳^۲ + \log_۳^۹} = \frac{۳ \log_۳^۲}{\log_۳^۲ + \log_۳^{۳^۲}}$$

$$= \frac{۳ \log_۳^۲}{\log_۳^۲ + ۲\underbrace{\log_۳^۳}_{۱}} = \frac{۳\left(\frac{۵}{۸}\right)}{\frac{۵}{۸} + ۲} = \frac{\frac{۱۵}{\cancel{۸}}}{\frac{۲۱}{\cancel{۸}}} = \frac{۱۵}{۲۱} = \frac{۵}{۷}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۶ گزینه ۲

$$\frac{۳^x(۱ + ۳ + ۳^۲ + ۳^۳ + ۳^۴ + ۳^۵)}{۲^x(۲^{-۲} + ۲^{-۱} + ۱ + ۲ + ۲^۲ + ۲^۳)} = ۵۲$$

$$\Rightarrow \left(\frac{۳}{۲}\right)^x = \frac{۵۲ \times ۱۵/۷۵}{۳۶۴} = \frac{۸۱۹}{۳۶۴} = ۲/۲۵ \Rightarrow x = ۲$$

نکته:

$$۱ + ۳ + ۳^۲ + ۳^۳ + ۳^۴ + ۳^۵ = \frac{۱(۱ - ۳^۶)}{۱ - ۳} = ۳۶۴$$

$$۲^{-۲} + ۲^{-۱} + ۱ + ۲ + ۲^۲ + ۲^۳ = \frac{\frac{۱}{۴}(۱ - ۲^۶)}{۱ - ۲} = \frac{۶۳}{۴} = ۱۵/۷۵$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۱۷ گزینه ۱

فرض می‌کنیم $\log_y x = t$ باشد:

$$\frac{۱}{t} - ۲t = ۱ \Rightarrow ۱ - ۲t^۲ = t \Rightarrow ۲t^۲ + t - ۱ = ۰ \Rightarrow t = -۱ , \frac{۱}{۲}$$

$$\xrightarrow{x , y > ۱} \log_y x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = \sqrt{y} \Rightarrow x^۲ = y$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۱۸ گزینه ۱

$$x^۲ - x - ۲ > ۰ \Rightarrow (x+۱)(x-۲) > ۰ \Rightarrow x \in (-\infty, -۱) \cup (۲, +\infty) \quad (۱)$$
$$x^۲ - ۱ \geq ۰ \Rightarrow x^۲ \geq ۱ \Rightarrow x \in (-\infty\,, -۱] \cup [۱, +\infty) \quad (۲)$$

اشتراک جواب‌های به‌دست‌آمده $(-\infty, -۱) \cup (۲, +\infty)$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۱۹ گزینه ۳

بافرض $x = ۹$ و تغییر متغیر $\log_a ۹ = t$ معادله را تنظیم می‌کنیم:

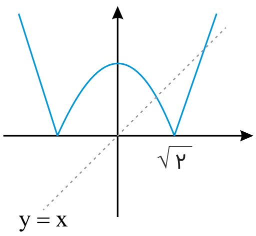
$$۲ \times \frac{۱}{t} + \frac{۱}{۲}t = ۲ \Rightarrow \frac{۲}{t} + \frac{t}{۲} = ۲ \Rightarrow \frac{t}{۲} = ۱ \Rightarrow t = ۲$$
$$\Rightarrow \log_a ۹ = ۲ \Rightarrow ۹ = a^۲ \xrightarrow{a>۰} a = ۳$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰
علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۷ ۱۴۰۱

۲۰ گزینه ۴

$$|x^۲ - ۲| - x > ۰ \Rightarrow |x^۲ - ۲| > x \quad (۱)$$

نمودار دو تابع را رسم می‌کنیم:



ملاحظه می‌کنید که یک برخورد در بازهٔ $(۰, \sqrt{۲})$ و یک برخورد در بازهٔ $(\sqrt{۲}, +\infty)$است:

$$۰ < x < \sqrt{۲} \quad : \quad |x^۲ - ۲| = ۲ - x^۲$$
$$\Rightarrow ۲ - x^۲ = x \Rightarrow x^۲ + x - ۲ = ۰ \xrightarrow{۰<x<\sqrt{۲}} x = ۱$$
$$x > \sqrt{۲} \quad : \quad |x^۲ - ۲| = x^۲ - ۲$$
$$\Rightarrow x^۲ - ۲ = x \Rightarrow x^۲ - x - ۲ = ۰ \xrightarrow{x>\sqrt{۲}} x = ۲$$

پس جواب نامعادلهٔ (۱) که همان دامنهٔ تابع است به‌صورت زیر خواهد بود:

$$D = (-\infty, ۱) \cup (۲, +\infty)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۲۱ گزینه ۳

$$f(۰) = ۰ \Rightarrow a + b(\frac{۱}{۲})^{۰} = ۰ \Rightarrow a + b = ۰ \quad (۱)$$

$$f^{-۱}(-۱) = -۱ \Rightarrow f(-۱) = -۱ \Rightarrow a + b(\frac{۱}{۲})^{-۱} = -۱$$

$$\Rightarrow a + ۲b = -۱ \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow \begin{cases} a + b = ۰ \\ a + ۲b = -۱ \end{cases} \Rightarrow b = -۱,\ a = ۱$$

$$a - b = ۱ - (-۱) = ۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

۲۲ گزینه ۱

$$\log_{۸} ۱۸ = \log_{۲^۳} ۱۸ = \frac{۱}{۳}\log_{۲}(۳^{۲} \times ۲) = \frac{۱}{۳}(۲\log_{۲} ۳ + \log_{۲} ۲)$$

$$= \frac{۱}{۳}(۲\log_{۲} ۳ + ۱) = m \Rightarrow ۲\log_{۲} ۳ + ۱ = ۳m$$

$$\Rightarrow ۲\log_{۲} ۳ = ۳m - ۱ \Rightarrow \log_{۲} ۳ = \frac{۳m - ۱}{۲}$$

$$\log_{۴} ۱۲ = \log_{۲^۲} ۱۲ = \frac{۱}{۲}\log_{۲}(۲^{۲} \times ۳) = \frac{۱}{۲}(\log_{۲} ۲^{۲} + \log_{۲} ۳)$$

$$= \frac{۱}{۲}(۲ + \log_{۲} ۳) = \frac{۱}{۲}(۲ + \frac{۳m - ۱}{۲}) = \frac{۱}{۲}(\frac{۳m + ۳}{۲}) = \frac{۳}{۴}(m + ۱)$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

۲۳ گزینه ۱

$$f(\frac{۱}{۲}) = ۱ \xrightarrow{\text{جایگذاری}} ۱ = \sqrt[۳]{۲^{\frac{a}{۲}+b}} \Rightarrow ۲^{\frac{a}{۲}+b} = ۱ \Rightarrow \frac{a}{۲} + b = ۰ \Rightarrow b = -\frac{a}{۲} (*)$$

$$f^{-۱}(۸) = ۵ \Rightarrow f(۵) = ۸ \xrightarrow{\text{جایگذاری}} ۸ = \sqrt[۳]{۲^{۵a+b}}$$

$$۲^{۵a+b} = ۲^{۹} \Rightarrow ۵a + b = ۹ \xrightarrow{(*)} ۵a - \frac{a}{۲} = ۹ \Rightarrow \frac{۹a}{۲} = ۹ \Rightarrow a = ۲ \xrightarrow{(*)} b = -۱$$

در آخر داریم:

$$a - b = ۲ - (-۱) = ۳$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۲۴ گزینه ۳

$$\log_{۲}۳ = a \Rightarrow ۲^{a} = ۳ \Rightarrow ۲^{۲a} = ۹(*)$$

$$\log_{۸}b = \frac{۲}{۳}(۱+a) \Rightarrow b = ۸^{\frac{۲}{۳}(۱+a)} \xrightarrow{۸=۲^{۳}} b = ۲^{۲(۱+a)} \Rightarrow b = ۲^{۲} \times ۲^{۲a}$$

$$\xrightarrow{(*)} b = ۲^{۲} \times ۹ \Rightarrow b = ۳۶$$

$$\log(۳b-۸) = \log(۳(۳۶)-۸) = \log(۱۰۸-۸) = \log ۱۰۰ = ۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱