

منبع: کنکور سراسری

زمان ۱۳ دقیقه

پایه دهم تجربی ، یازدهم تجربی

مدرسه گروه آموزشی بیوگراوند

شماره آزمون سری اول (سوالات کنکور)

مبحث آمار (فصل ۷ دهم ، فصل ۷ یازدهم)

درس ریاضی

گزینه ۲

۱

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

گام اول

برای به دست آوردن ضریب تغییرات در طول اضلاع این مربع‌ها، ابتدا انحراف معیار طول اضلاع را با σ نشان داده و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

در این تست $\bar{x} = 8$ و $\frac{\sum x_i^2}{n} = 65/44$ است، پس σ را محاسبه کرده و با استفاده از فرمول $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ ، ضریب تغییرات را مشخص می‌کنیم.

گام دوم

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{65/44 - 8^2} = \sqrt{65/44 - 64} = \sqrt{1/44} = 1/2$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1/2}{8} = 0/15$$

گزینه ۳

۲

$$\text{ضریب تغییرات} = \frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \xrightarrow{\bar{x}=15, CV=0/2} \sigma = 3 \Rightarrow \sigma^2 = 9$$

مطابق رابطه واریانس داریم:

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2 \xrightarrow{\substack{x_i^2=S_i \\ \bar{x}=15}} 9 + 15^2 = \frac{S_1 + S_2 + \dots + S_n}{n} = \bar{S} \Rightarrow \bar{S} = 234$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

گام اول

الف) ضریب تغییرات از رابطه $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ به دست می‌آید که σ انحراف معیار و \bar{x} میانگین داده‌ها است. می‌دانیم:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2$$

ب) داریم:

$$n = 30$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{30} = 240$$

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{30}^2 = 2190$$

گام دوم

با توجه به اطلاعات موجود، ابتدا میانگین و انحراف معیار داده‌ها را به دست آوریم:

$$\bar{x} = \frac{240}{30} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{30}^2}{30} - (\bar{x})^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{2190}{30} - 8^2 = 73 - 64 = 9 \Rightarrow \sigma = \sqrt{9} = 3$$

پس ضریب تغییرات داده‌ها برابر است با:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{8} = 0/375$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 0/06 = \frac{\sigma}{25} \Rightarrow \sigma = 1/5$$

$$\sigma^2 = 2/25 = \frac{x_1^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2$$

$$2/25 = 25^2 - \text{میانگین مساحت‌ها}$$

$$2/25 + 625 = 627/25 : \text{میانگین مساحت‌ها}$$

$$\bar{x} = 13 \Rightarrow \frac{a + 7 + 10 + 14 + 11 + 16 + 18 + 9 + 20}{9} = \frac{a + 105}{9} = 13$$

$$\Rightarrow a + 105 = 117 \Rightarrow a = 12$$

حالا با داشتن a، داده‌ها را مرتب می‌کنیم تا میانه آن‌ها را پیدا کنیم:

$$7 \quad 9 \quad 10 \quad 11 \quad \underset{\text{میانه}}{12} \quad 14 \quad 16 \quad 18 \quad 20$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

در گروه اول $\bar{X}_1 = 80$ و $\sigma_1 = 5$ و در گروه دوم $\bar{X}_2 = 72$ و $\sigma_2 = 4$ است. برای دو گروه، ضریب تغییرات را محاسبه می‌کنیم:

$$CV_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{X}_1} = \frac{5}{80} = \frac{1}{16}$$

$$CV_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{X}_2} = \frac{4}{72} = \frac{1}{18}$$

چون $CV_2 < CV_1$ است، پس گروه دوم بهتر است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

$$A: 12 \quad 13 \quad 14 \quad 15 \quad 16 \Rightarrow \bar{x}_A = 14$$

$$B: 11/5 \quad 13 \quad 15/5 \quad 16 \quad 16/5 \Rightarrow \bar{x}_B = 14/5$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}, \quad CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

$$\sigma_A^2 = \frac{(12 - 14)^2 + (13 - 14)^2 + 0 + (15 - 14)^2 + (16 - 14)^2}{5} = \frac{4 + 1 + 0 + 1 + 4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\Rightarrow CV_A = \frac{\sqrt{2}}{14}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{(11/5 - 14/5)^2 + (13 - 14/5)^2 + (15/5 - 14/5)^2 + (16 - 14/5)^2 + (16/5 - 14/5)^2}{5}$$

$$= \frac{9 + 2/25 + 1 + 2/25 + 4}{5} = \frac{18/5}{5} = 3/7 \Rightarrow CV_B = \frac{\sqrt{3/7}}{14/5}$$

CV_A کوچکتر است، پس کارگر A دقت بیشتری دارد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

راه حل اول:

ابتدا میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{5 \times 10 + 4 \times 11 + 7 \times 14}{16} = \frac{50 + 44 + 98}{16} = \frac{192}{16} = 12$$

سپس انحراف معیار را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \\ &= \frac{5 \times (10 - 12)^2 + 4 \times (11 - 12)^2 + 7 \times (14 - 12)^2}{16} \\ &= \frac{5 \times 4 + 4 \times 1 + 7 \times 4}{16} = \frac{20 + 4 + 28}{16} = \frac{52}{16} = \frac{13}{4} \\ \Rightarrow \text{انحراف معیار} = \sigma &= \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2} \end{aligned}$$

حالت ضریب تغییرات را به دست می‌آوریم:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\frac{\sqrt{13}}{2}}{12} = \frac{\sqrt{13}}{24} \approx 0/15$$

راه حل دوم:

برای کمتر شدن محاسبات، عدد ۱۰ را از همه داده‌ها کم می‌کنیم:

داده‌ها: $\underbrace{0, 0, \dots, 0}_{5}, \underbrace{1, \dots, 1}_{4}, \underbrace{4, 4, \dots, 4}_{7}$

$$\bar{x}_{\text{کوچک}} = \frac{0 + 4(1) + 7(4)}{16} = \frac{32}{16} = 2$$

$$\sigma^2 = \frac{5(-2)^2 + 4(-1)^2 + 7(2)^2}{16} = \frac{52}{16} = \frac{13}{4}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\bar{x}_{\text{اصلی}} = \bar{x}_{\text{کوچک}} + 10 = 2 + 10 = 12$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}_{\text{اصلی}}} = \frac{\frac{\sqrt{13}}{2}}{12} \approx 0/15$$

راه حل اول: ابتدا میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{5 + 7 + 3 \times 8 + 2 \times 10}{7} = \frac{12 + 24 + 20}{7} = \frac{56}{7} = 8$$

سپس انحراف معیار را به دست می‌آوریم:

واریانس:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \\ &= \frac{(5 - 8)^2 + (7 - 8)^2 + 3 \times (8 - 8)^2 + 2 \times (10 - 8)^2}{7} \\ &= \frac{9 + 1 + 0 + 8}{7} = \frac{18}{7} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{انحراف معیار: } \sigma = \sqrt{\frac{18}{7}} = 3\sqrt{\frac{2}{7}}$$

حال ضریب تغییرات را محاسبه می‌کنیم:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3\sqrt{\frac{2}{7}}}{8} = \frac{3}{8} \times 0.534 \approx 0.20$$

راه حل دوم: برای کمتر شدن محاسبات، عدد ۸ را از همه داده‌ها کم می‌کنیم:

$$-3, -1, 0, 0, 0, 2, 2$$

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{2 + 2 - 1 - 3}{7} = 0$$

$$\sigma^2 = \frac{2 \times 2^2 + (-1)^2 + (-3)^2}{7} = \frac{18}{7} \Rightarrow \sigma = 3\sqrt{\frac{2}{7}}$$

$$\bar{x}_{\text{اصلی}} = \bar{x}_{\text{جدید}} + 8 = 0 + 8 = 8$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}_{\text{اصلی}}} = \frac{3\sqrt{\frac{2}{7}}}{8} \approx 0.20$$

می‌دانیم مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر با صفر است، بنابراین اختلاف چهار داده از میانگین برابر با ۱ و اختلاف چهار داده از میانگین نیز برابر با -۱ می‌باشد.

$$\sigma^2 = \frac{4(1)^2 + 4(-1)^2 + 0}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \sigma = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

نکته: در داده‌هایی که به صورت دنباله حسابی هستند، میانه و میانگین برابرند. داده‌های آماری اعداد طبیعی متوالی هستند، پس جملات دنباله‌ای حسابی می‌باشند. بنابراین طبق نکته میانگین و میانه برابر است. با افزودن ۲ واحد به تمام داده‌ها، همچنان دنباله‌ای حسابی می‌باشد، بنابراین اختلاف میانه و میانگین برابر با صفر است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

$$\sigma = 2 \Rightarrow \sigma^2 = 4 \Rightarrow 4 = \frac{3^2 + (-1)^2 + b^2 + (-1)^2 + 0^2 + a^2}{6}$$

$$a^2 + b^2 + 11 = 24 \Rightarrow a^2 + b^2 = 13 \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم جمع انحرافات از میانگین همواره صفر است یعنی:

$$3 + (-1) + b + (-1) + 0 + a = 0 \Rightarrow a + b = -1 \quad (2)$$

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab \xrightarrow{(1),(2)} 13 = 1 - 2ab \Rightarrow ab = -6$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 = b \\ x = 2 = a \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

زوج $n: x_1, x_2, \dots, x_{\frac{n}{2}}, x_{\frac{n}{2}+1}, \dots, x_n$

$$-\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{\frac{n}{2}}}{\frac{n}{2}}\right) = \left(\frac{x_{\frac{n}{2}+1} + \dots + x_n}{\frac{n}{2}}\right) - 6$$

$$\Rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{\frac{n}{2}} = 6 \Rightarrow 2\left(\frac{x_1 + \dots + x_n}{n}\right) = 6 \Rightarrow 2\bar{x} = 6 \Rightarrow \bar{x} = 3$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱