۱ گزینه ۲

$$\left|\frac{2-x}{2x-3}\right| > 1 \Rightarrow \left(\frac{2-x}{2x-3}\right)^2 > 1 \xrightarrow{x\neq\frac{3}{2}} x^2-4x+4 > 4x^2-12x+9$$
$$\Rightarrow 3x^2-8x+5<0 \Rightarrow 3x^2-8x+5=0 \Rightarrow \Delta = 64-4(3)(5)=4$$
$$\Rightarrow x_{1,2}=\frac{8\pm\sqrt{4}}{6} \Rightarrow x_{1,2}=1,\ \frac{5}{3}$$

x		1		$\frac{5}{3}$	
$3x^2-8x+5$	$+$	0	$-$	0	$+$

مقدار $x=\frac{3}{2}$ که در این بازه قرار دارد، غیرقابل‌قبول است (ریشهٔ مخرج است)، پس مجموعه جواب صحیح این نامعادله به صورت زیر است:

$$x\in\left(1,\frac{5}{3}\right)-\left\{\frac{3}{2}\right\}$$

نکته: گزینه‌های ۱ و ۳ را نیز می‌توان به عنوان جواب‌های درست در نظر گرفت ولی باتوجه‌به گزینه‌های موجود کامل‌ترین جواب گزینهٔ ۲ است. در غیر این صورت گزینه‌های ۱ و ۳ هم صحیح خواهند بود.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۲

گزینه ۴

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

گام اول

هر تابع شامل قدر مطلق را می‌توان به‌صورت یک تابع دو ضابطه‌ای نوشت. می‌دانیم: $|x| = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$

گام دوم

عبارت $x^2 + 1$ همواره مثبت است؛ بنابراین:

$$|x^2 + 1| = x^2 + 1$$

نامعادلهٔ داده‌شده به‌صورت زیر می‌شود:

$$2x + 1 - |x - 2| > x^2 + 1$$

نامعادله را در دو حالت $x \geq 2$ و $x < 2$ حل می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
&(\mathrm{I})\quad x \geq 2 \;\Rightarrow\; x - 2 \geq 0 \;\Rightarrow\; |x-2| = x - 2 \\
&2x + 1 - (x - 2) > x^2 + 1 \;\Rightarrow\; 2x + 1 - x + 2 > x^2 + 1 \\
&\Rightarrow x^2 - x - 2 < 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) < 0 \\
&\Rightarrow -1 < x < 2 \xrightarrow{x \geq 2} \text{x هیچ مقداری نمی تواند داشته باشد}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&(\mathrm{II})\quad x < 2 \;\Rightarrow\; x - 2 < 0 \;\Rightarrow\; |x-2| = -(x-2) \\
&2x + 1 + x - 2 > x^2 + 1 \;\Rightarrow\; x^2 - 3x + 2 < 0 \\
&\Rightarrow (x-2)(x-1) < 0 \;\Rightarrow\; 1 < x < 2 \xrightarrow{x<2} 1 < x < 2
\end{aligned}$$

اجتماع دو مجموعه جواب به‌دست‌آمده؛ یعنی بازهٔ $(1, 2)$، مجموعه جواب نامعادلهٔ $2x + 1 - |x - 2| > \left|x^2 + 1\right|$ می‌شود.

۳

گزینه ۱

راه‌حل اول:

با عددگذاری داریم:

$$x = ۱ \xrightarrow[\text{در نامعادله}]{\text{با جایگذاری}} -۱ < \frac{۳(۱)+۱}{(۱)-۳} < ۳ \Rightarrow -۱ < -۲ < ۳ \quad \times$$

بنابراین گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ نادرست است.

راه‌حل دوم:

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

گام اول

نامعادله را به نامعادله‌ای به فرم $-a < u < a$ تبدیل می‌کنیم تا از ویژگی‌های نامعادلات قدر مطلقی استفاده کنیم.

گام دوم

$$-۱ < \frac{۳x+۱}{x-۳} < ۳ \xrightarrow{-۱} -۲ < \frac{۳x+۱-x+۳}{x-۳} < ۲ \Rightarrow -۲ < \frac{۲x+۴}{x-۳} < ۲$$

$$\Rightarrow \left|\frac{۲(x+۲)}{x-۳}\right| < ۲ \xrightarrow{\div ۲} \left|\frac{x+۲}{x-۳}\right| < ۱ \Rightarrow |x+۲| < |x-۳|$$

$$\xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} x^۲ + ۴x + ۴ < x^۲ - ۶x + ۹ \Rightarrow ۱۰x < ۵ \xrightarrow{\div ۱۰} x < \frac{۱}{۲}$$

۴

گزینه ۳

$$-x^۲ - \frac{۱}{۲}x + \frac{۹}{۲} > ۲x + |x| \xrightarrow{\times ۲} -۲x^۲ - x + ۹ > ۴x + ۲|x|$$

$$\Rightarrow ۲x^۲ + ۵x + ۲|x| - ۹ < ۰$$

$$۱)\ x \geq ۰ \Rightarrow ۲x^۲ + ۷x - ۹ < ۰ \Rightarrow (۲x+۹)(x-۱) < ۰$$

$$\Rightarrow -\frac{۹}{۲} < x < ۱ \xrightarrow{\text{اشتراک}} ۰ \leq x < ۱$$

$$۲)\ x < ۰ \Rightarrow ۲x^۲ + ۳x - ۹ < ۰ \Rightarrow (۲x-۳)(x+۳) < ۰$$

$$\Rightarrow -۳ < x < \frac{۳}{۲} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -۳ < x < ۰$$

$$\text{اجتماع جواب‌ها} : -۳ < x < ۱ \xrightarrow{\text{وسط بازه}} \frac{-۳+۱}{۲} = -۱$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

۵ گزینه ۳

در مسیر رفت و برگشت، به خاطر حرکت آب رودخانه به اندازهٔ سرعت آب (v) از سرعت قایق کم و به آن اضافه می‌شود، پس زمان رفت $\frac{۱۲۰۰}{۱۰۰+v}$ و زمان برگشت $\frac{۱۲۰۰}{۱۰۰-v}$ است و اختلاف آن‌ها باید ۵ باشد.

$$\frac{۱۲۰۰}{۱۰۰-v}-\frac{۱۲۰۰}{۱۰۰+v}=۵\xrightarrow{\div ۵}۲۴۰\left(\frac{۱}{۱۰۰-v}-\frac{۱}{۱۰۰+v}\right)=۱$$

$$\Rightarrow\frac{۲۴۰\times ۲v}{(۱۰۰-v)(۱۰۰+v)}=۱\Rightarrow ۱۰۰^۲-v^۲=۴۸۰v$$

$$\Rightarrow v^۲+۴۸۰v-۱۰۰۰۰=۰\Rightarrow (v-۲۰)(v+۵۰۰)=۰\xrightarrow{v>۰}v=۲۰$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۶ گزینه ۱

دو طرف نامساوی را جداگانه حل می‌کنیم:

$$\frac{۲x-۳}{x+۱}<۳\Rightarrow\frac{۲x-۳}{x+۱}-۳<۰\Rightarrow\underbrace{\frac{-x-۶}{x+۱}}_{p(x)}<۰$$

x	$-\infty$		-۶		-۱		$+\infty$
$p(x)$		$-$	۰	$+$	ت.ن	$-$	

$$p(x)<۰\Rightarrow x<-۶ \text{ یا } x>-۱\quad (۱)$$

$$\frac{۲x-۳}{x+۱}>۱\Rightarrow\frac{۲x-۳}{x+۱}-۱>۰\Rightarrow\underbrace{\frac{x-۴}{x+۱}}_{q(x)}>۰$$

x	$-\infty$		-۱		۴		$+\infty$
$q(x)$		$+$	ت.ن	$-$	۰	$+$	

$$q(x)>۰\Rightarrow x<-۱ \text{ یا } x>۴\quad (۲)$$

اشتراک (۱) و (۲) جواب مسئله است که اجتماع دو بازهٔ $(-\infty,-۶)$ و $(۴,+\infty)$ می‌باشد که به‌صورت $\mathbb{R}-[-۶,۴]$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۷

گزینه ۴

$$۳a + \sqrt{۲a^{۲} + ۴a} = ۲ \Rightarrow \sqrt{۲a^{۲} + ۴a} = ۲ - ۳a$$

$$\begin{cases} ۲ - ۳a \geq ۰ \Rightarrow a \leq \dfrac{۲}{۳} \\ ۲a^{۲} + ۴a \geq ۰ \Rightarrow ۲a(a+۲) \geq ۰ \Rightarrow a \in [۰, +\infty) \cup (-\infty, -۲] \end{cases} \xrightarrow{\cap} (-\infty, -۲] \cup [۰, \frac{۲}{۳}]$$

$$\sqrt{۲a^{۲} + ۴a} = ۲ - ۳a \xrightarrow{\text{توان } ۲} ۲a^{۲} + ۴a = ۴ - ۱۲a + ۹a^{۲} \Rightarrow ۷a^{۲} - ۱۶a + ۴ = ۰$$

$$\Delta = ۱۶^{۲} - ۴ \times ۷ \times ۴ = ۱۶(۱۶ - ۷) = ۱۶ \times ۹$$

$$a = \frac{۱۶ \pm ۱۲}{۱۴} \Rightarrow \begin{cases} a_{۱} = \dfrac{۱۶ + ۱۲}{۱۴} = ۲ \\ a_{۲} = \dfrac{۱۶ - ۱۲}{۱۴} = \dfrac{۲}{۷} \end{cases}$$

بنابراین $a = \frac{۲}{۷}$ قابل‌قبول است.

$$\frac{a+۱}{a} = \frac{\frac{۲}{۷} + ۱}{\frac{۲}{۷}} = \frac{۹}{۲} = ۴/۵$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

۸

گزینه ۴

فرض کنید سرعت پرواز پرونده v باشد. در این صورت سرعت رفت $v + ۵$ و سرعت برگشت $v - ۵$ خواهد بود و داریم:

$$t_{۱} = \frac{x_{۱}}{v_{۱}} \Rightarrow t_{۱} = \frac{۱}{۵ + v}$$

$$t_{۲} = \frac{x_{۲}}{v_{۲}} \Rightarrow t_{۲} = \frac{۱}{v - ۵}$$

$$t_{۱} + t_{۲} = ۹\ (\text{min}) = \frac{۹}{۶۰}\ (\text{h}) \Rightarrow \frac{۹}{۶۰} = \frac{۱}{۵ + v} + \frac{۱}{v - ۵}$$

$$\frac{۳}{۲۰} = \frac{۱}{۵ + v} + \frac{۱}{v - ۵} \xrightarrow{\times ۲۰(v^{۲} - ۲۵)} ۳(v^{۲} - ۲۵) = ۲۰(v - ۵) + ۲۰(v + ۵)$$

$$\Rightarrow ۳v^{۲} - ۷۵ = ۲۰v - ۱۰۰ + ۲۰v + ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۳v^{۲} - ۴۰v - ۷۵ = ۰ \Rightarrow (۳v + ۵)(v - ۱۵) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v = ۱۵ & \checkmark \\ v = -\dfrac{۵}{۳} & \times \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۹ گزینه ۳

راه‌حل تستی:

$$x = ۳ \xrightarrow{\text{جایگذاری در نامعادله}} \frac{۱۳}{۴} > ۳ \quad \checkmark$$

$x = ۳$ در نامعادله صدق می‌کند، پس گزینه‌های ۱ و ۴ حذف می‌شوند.

$$x = ۰ \xrightarrow{\text{جایگذاری در نامعادله}} ۴ > ۰ \Rightarrow \text{گزینهٔ ۲ هم حذف می‌شود}$$

راه‌حل تشریحی:

$$\frac{۷x - ۸}{(x - ۲)(x + ۱)} - \frac{x}{x - ۲} > ۰ \Rightarrow \frac{(۷x - ۸) - x(x + ۱)}{(x - ۲)(x + ۱)} > ۰$$
$$\Rightarrow \frac{-x^{۲} + ۶x - ۸}{(x - ۲)(x + ۱)} = \frac{-(x - ۲)(x - ۴)}{(x - ۲)(x + ۱)} = -\frac{x - ۴}{x + ۱} > ۰$$

x		-۱		۲		۴	
$-\frac{x-۴}{x+۱}$	$-$		$+$		$+$		$-$

$$\Rightarrow x \in (-۱, ۲) \cup (۲, ۴)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۱۰ گزینه ۱

$$\sqrt{۳a+۱۶}=۱-۲a \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۳a+۱۶=۱-۴a+۴a^{۲}$$

$$\Rightarrow ۴a^{۲}-۷a-۱۵=۰ \Rightarrow (۴a+۵)(a-۳)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=۳ \\ a=\dfrac{-۵}{۴} \end{cases}$$

همچنین داریم:

$$\begin{cases} ۱-۲a\geq ۰ \Rightarrow a\leq \dfrac{۱}{۲} \\ ۳a+۱۶\geq ۰ \Rightarrow a\geq -\dfrac{۱۶}{۳} \end{cases} \xrightarrow{\cap} a\in[-\dfrac{۱۶}{۳},\dfrac{۱}{۲}]$$

پس $a=۳$ در معادلهٔ اولیهٔ صدق نمی‌کند، بنابراین $a=-\dfrac{۵}{۴}$ است.

$$۴a+۹=۴(-\frac{۵}{۴})+۹=-۵+۹=۴$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

۱۱ گزینه ۱

سه نقطهٔ داده‌شده را در معادلهٔ سهمی جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} (۰,۵):\ c=۵ \\ (-۲,۵):\ ۴a-۲b+۵=۵ \Rightarrow ۴a-۲b=۰ \Rightarrow ۲a-b=۰ \\ (۱,۱۱):\ a+b+۵=۱۱ \Rightarrow a+b=۶ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲a-b=۰ \\ a+b=۶ \end{cases} \Rightarrow a=۲, b=۴$$

بنابراین معادلهٔ سهمی به‌صورت $y=۲x^{۲}+۴x+۵$ است. هرکدام از گزینه‌ها که در معادلهٔ سهمی صدق کند جواب مسئله است:

گزینهٔ ۱ : $(-۱,۳) \Rightarrow ۲(-۱)^{۲}+۴(-۱)+۵=۳ \quad \checkmark$

گزینهٔ ۲ : $(-۱,۴) \Rightarrow ۲(-۱)^{۲}+۴(-۱)+۵\neq ۴ \quad \times$

گزینهٔ ۳ : $(۲,۹) \Rightarrow ۲(۲)^{۲}+۴(۲)+۵\neq ۹ \quad \times$

گزینهٔ ۴ : $(۲,۱۵) \Rightarrow ۲(۲)^{۲}+۴(۲)+۵\neq ۱۵ \quad \times$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۱۲

گزینه ۱

نمودار $y = \left|۲x^۲ - ۴\right|$ در زیر خط $y = ۲x$ قرار دارد، بنابراین:

$$\left|۲x^۲ - ۴\right| < ۲x$$

$$\Rightarrow -۲x < ۲x^۲ - ۴ < ۲x \xrightarrow{\div ۲} -x < x^۲ - ۲ < x$$

سپس هرکدام از نامعادلات $-x < x^۲ - ۲$ و $x^۲ - ۲ < x$ را جداگانه حل می‌کنیم:

$$x^۲ - ۲ > -x \Rightarrow \underbrace{x^۲ + x - ۲}_{p(x)} > ۰$$

x	$-\infty$		-۲		۱		$+\infty$
p(x)		+ ج	۰	−	۰	+ ج	

$$\Rightarrow x < -۲ \text{ یا } x > ۱ \quad (۱)$$

$$x^۲ - ۲ < x \Rightarrow \underbrace{x^۲ - x - ۲}_{q(x)} < ۰$$

x	$-\infty$		-۱		۲		$+\infty$
q(x)		+	۰	− ج	۰	+	

$$\Rightarrow -۱ < x < ۲ \quad (۲)$$

$$(۱) \cap (۲) \Rightarrow ۱ < x < ۲ \Rightarrow (a, b) = (۱, ۲)$$

بیشترین مقدار $b - a$ برابر است با:

$$۲ - ۱ = ۱$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۱۳ گزینه ۴

$$۱ < \frac{x+۱}{۲x-۱} < ۳ \Rightarrow \begin{cases} ۱)\ \dfrac{x+۱}{۲x-۱} > ۱ \\ ۲)\ \dfrac{x+۱}{۲x-۱} < ۳ \end{cases}$$

ابتدا هردو نامساوی را جداگانه حل می‌کنیم:

$$۱)\ \frac{x+۱}{۲x-۱} > ۱ \Rightarrow \frac{x+۱}{۲x-۱} - ۱ > ۰ \Rightarrow \frac{x+۱-۲x+۱}{۲x-۱} = \underbrace{\frac{-x+۲}{۲x-۱}}_{p(x)} > ۰$$

x	$-\infty$		$\frac{۱}{۲}$		۲		$+\infty$
$p(x)$		$-$	ت.ن	$+$	ج	$-$	

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} < x < ۲ \quad (\mathrm{I})$$

$$۲)\ \frac{x+۱}{۲x-۱} < ۳ \Rightarrow \frac{x+۱}{۲x-۱} - ۳ < ۰ \Rightarrow \frac{x+۱-۶x+۳}{۲x-۱} = \underbrace{\frac{-۵x+۴}{۲x-۱}}_{q(x)} < ۰$$

x	$-\infty$		$\frac{۱}{۲}$		$\frac{۴}{۵}$		$+\infty$
$q(x)$		$-$ ج	ت.ن	$+$		$-$ ج	

$$\Rightarrow x < \frac{۱}{۲} \text{ یا } x > \frac{۴}{۵} \quad (\mathrm{II})$$

حال اشتراک دو مجموعه جواب (I) و (II) را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{(\mathrm{I})\cap(\mathrm{II})} \frac{۴}{۵} < x < ۲ \Rightarrow x \in (۰/۸, ۲)$$

راه تستی (عددگذاری):

حذف گزینهٔ "۳":

$$x = ۱ \Rightarrow ۱ < \frac{۲}{۱} < ۳$$

حذف گزینهٔ "۱" و "۲":

$$x = ۱/۵ \Rightarrow ۱ < \frac{۲/۵}{۲} < ۳$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

گزینه ۲

نمودار $y=(x-1)^2$ بالاتر از نمودار $y=4x^4$ قرار دارد، پس:

$$(x-1)^2 > 4x^4 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} |x-1| > 2x^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1)\ x-1 > 2x^2 \\ \text{یا} \\ 2)\ x-1 < -2x^2 \end{cases}$$

دو نامعادلهٔ فوق را حل می‌کنیم:

$$1)\ x-1 > 2x^2 \Rightarrow 2x^2 - x + 1 < 0 \xrightarrow{a>0,\Delta<0} \text{غقق}$$

$$2)\ x-1 < -2x^2 \Rightarrow \underbrace{2x^2 + x - 1}_{p(x)} < 0 \Rightarrow \Delta = 9 \Rightarrow x = -1\ ,\ \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
p(x)		+	0	− ج	0	+	

$$\Rightarrow x \in (-1, \frac{1}{2})$$

برای اینکه $b-a$ بیشترین مقدار باشد باید $(a,b) = \left(-1, \frac{1}{2}\right)$، درنتیجه:

$$b - a = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۵ گزینه ۳

$$-۱ < \frac{۲x-۱}{x+۱} < ۳ \Rightarrow \begin{cases} ۱)\ -۱ < \frac{۲x-۱}{x+۱} \\ ۲)\ \frac{۲x-۱}{x+۱} < ۳ \end{cases}$$

هر دو معادله را جداگانه حل می‌کنیم:

$$۱)\frac{۲x-۱}{x+۱} > -۱ \Rightarrow \frac{۲x-۱}{x+۱} + ۱ > ۰ \Rightarrow \frac{۲x-۱+x+۱}{x+۱} > ۰ \Rightarrow \underbrace{\frac{۳x}{x+۱}}_{p(x)} > ۰$$

x	-∞		-۱		۰		+∞
p(x)		+ ج	ت ن	−	۰	+ ج	

$$\Rightarrow x < -۱ \ \text{یا}\ x > ۰ \ (\mathrm{I})$$

$$۲)\frac{۲x-۱}{x+۱} < ۳ \Rightarrow \frac{۲x-۱}{x+۱} - ۳ < ۰ \Rightarrow \frac{۲x-۱-۳x-۳}{x+۱} < ۰ \Rightarrow \underbrace{\frac{-x-۴}{x+۱}}_{q(x)} < ۰$$

x	-∞		-۴		-۱		+∞
q(x)		− ج	۰	+	ت ن	− ج	

$$\Rightarrow x < -۴ \ \text{یا}\ x > -۱ \ (\mathrm{II})$$

حال اشتراک دو جواب (I) و (II) را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{(\mathrm{I})\cap(\mathrm{II})} x < -۴ \ \text{یا}\ x > ۰ \Rightarrow x \in \mathbb{R} - [-۴, ۰]$$

راه‌حل تستی: (عددگذاری)

حذف گزینهٔ "۴":

$$x = ۰ \Rightarrow -۱ < \frac{-۱}{۱} < ۳ \quad \times$$

حذف گزینه‌های "۱" و "۲":

$$x = -۵ \Rightarrow -۱ < \frac{-۱۱}{-۴} < ۳ \Rightarrow -۱ < \frac{۱۱}{۴} < ۳ \ \checkmark$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۶

گزینه ۲

راه‌حل اول:

$$\text{رأس سهمی}: A(-۱,۹) \Rightarrow x_s = \frac{-b}{۲a} = -۱ \Rightarrow b = ۲a \quad (*)$$

حال نقاط $A(-۱,۹)$ و $(۳,۱)$ را در معادلهٔ سهمی جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} A(-۱,۹): a-b+c=۹ \xrightarrow{(*)} a-۲a+c=۹ \Rightarrow -a+c=۹ \\ (۳,۱): ۹a+۳b+c=۱ \xrightarrow{(*)} ۹a+۶a+c=۱ \Rightarrow ۱۵a+c=۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a+c=۹ \\ ۱۵a+c=۱ \end{cases} \Rightarrow ۱۶a=-۸ \Rightarrow a=-\frac{۱}{۲} \xrightarrow{(*)} b=-۱$$

$$a-b+c=۹ \Rightarrow -\frac{۱}{۲}+۱+c=۹ \Rightarrow c=\frac{۱۷}{۲}$$

بنابراین معادلهٔ سهمی به‌صورت زیر است:

$$y=-\frac{۱}{۲}x^{۲}-x+\frac{۱۷}{۲}$$

هرکدام از گزینه‌ها که در معادلهٔ سهمی صدق کند، جواب مسئله است:

گزینه ۱:

$$(۵,-۷) \Rightarrow -\frac{۱}{۲}(۲۵)-۵+\frac{۱۷}{۲} \neq -۷ \quad \times$$

گزینه ۲:

$$(۵,-۹) \Rightarrow -\frac{۱}{۲}(۲۵)-۵+\frac{۱۷}{۲} = -۹ \quad \checkmark$$

گزینه ۳:

$$(۲,۵) \Rightarrow -\frac{۱}{۲}(۴)-۲+\frac{۱۷}{۲} \neq ۵ \quad \times$$

گزینه ۴:

$$(۱,۵) \Rightarrow -\frac{۱}{۲}-۱+\frac{۱۷}{۲} \neq ۵ \quad \times$$

راه‌حل دوم: حالت کلی معادلهٔ سهمی به رأس (α,β) به‌صورت زیر است:

$$y=k(x-\alpha)^{۲}+\beta$$

بنابراین داریم:

$$\text{رأس سهمی}: A(-۱,۹) \Rightarrow y=k(x+۱)^{۲}+۹$$

اکنون نقطهٔ $(۳,۱)$ را در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$k(۳+۱)^{۲}+۹=۱ \Rightarrow k=-\frac{۱}{۲} \quad \Rightarrow y=-\frac{۱}{۲}(x+۱)^{۲}+۹$$

با جایگذاری گزینه‌ها در معادلهٔ سهمی، فقط نقطهٔ گزینهٔ (۲) در معادله صدق می‌کند.

$$y(۵) = -۹$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۱۷

گزینه ۴

$$x = \sqrt{y+۳} - \sqrt{y-۳} \Rightarrow x^۲ = y+۳+y-۳-۲\sqrt{y^۲-۹}$$
$$\xrightarrow{۲y=x^۲} \sqrt{y^۲-۹} = ۰ \xrightarrow{y\geq ۳} y = ۳ \Rightarrow x = \sqrt{۶}$$

نقطهٔ تلاقی $A(\sqrt{۶}, ۳)$ است:

$$|AO| = \sqrt{۶+۹} = \sqrt{۱۵}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

۱۸

گزینه ۳

پول علی و اکرم را به‌ترتیب x و y در نظر می‌گیریم:

$$x+y = ۱۰۰ \Rightarrow x = ۱۰۰ - y$$
$$(x-۱۰)(y+۱۰) = ۴۷۵ \xrightarrow{x=۱۰۰-y} (۱۰۰-y-۱۰)(y+۱۰) = ۴۷۵$$
$$\Rightarrow y^۲ - ۸۰y - ۴۲۵ = ۰ \Rightarrow (y-۸۵)(y+۵) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} y = ۸۵ \\ y = -۵ \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

۱۹ گزینه ۲

رأس سهمی $y = -ax^۲ + ax + ۲$ برابر است با:

$$x_S = \frac{-a}{-۲a} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow y = ۲ + \frac{a}{۴}$$

رأس سهمی $y = ۲bx^۲ - bx - ۱$ برابر است با:

$$x_S = \frac{b}{۴b} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow y = -۱ - \frac{b}{۸}$$

$(\frac{۱}{۲}, ۲ + \frac{a}{۴})$ را در تابع دیگر صدق می‌دهیم:

$$(\frac{۱}{۲}, ۲ + \frac{a}{۴}) \Rightarrow ۲ + \frac{a}{۴} = \frac{b}{۲} - \frac{b}{۲} - ۱ \Rightarrow a = -۱۲$$

$(\frac{۱}{۴}, -۱ - \frac{b}{۸})$ را در تابع دیگر صدق می‌دهیم:

$$(۱۲) \times \frac{۱}{۱۶} + (-۱۲)(\frac{۱}{۴}) + ۲ = -۱ - \frac{b}{۸} \Rightarrow b = -۶$$

$$b - a = -۶ - (-۱۲) = ۶$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

۲۰ گزینه ۱

در سمت چپ مخرج مشترک می‌گیریم.

$$\frac{۲\sqrt{۲ - x}}{-x - ۲} = \frac{۲ - x}{۵\sqrt{۲ - x}}$$

با طرفین وسطین داریم:

$$۱۰(۲ - x) = (۲ - x)(-x - ۲)$$

$۲ - x$ را خط می‌زنیم و جواب $x = ۲$ حاصل می‌شود، اما چون ریشهٔ مخرج معادلهٔ اولیه است آن را نمی‌پذیریم.

$$-x - ۲ = ۱۰ \Rightarrow x = -۱۲$$

هیچ جواب مثبتی در کار نیست.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱