

منبع: کنکور سراسری

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

گام اول

(الف) دو بار در فاصله r از هم واقع شده‌اند، میدان الکتریکی ناشی از دو بار در فاصله d_1 از بار q_1 برابر صفر است $\vec{E}_{1d_1} = \vec{E}_{2(r-d_1)}$

(ب) اگر فاصله دو بار از هم $2r$ برابر شود $r = 2r$

(ج) میدان الکتریکی برآیند در فاصله d_2 از بار q_2 برابر صفر می‌شود $\vec{E}_{2(d_2)} = \vec{E}_{1(2r-d_2)}$

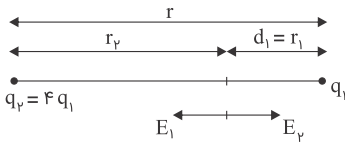
(د) d_2 چندبرابر d_1 است $\frac{d_2}{d_1} = ?$

گام دوم

با بررسی دو حالت d_1 و d_2 را محاسبه می‌کنیم:

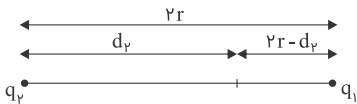
حالت اول) در فاصله r :

چون بارها هم‌نام هستند، نقطه موردنظر (جایی که E_T صفر می‌شود)، در میان دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر است.



$$\begin{cases} \vec{E}_{1d_1} = \vec{E}_{2(r-d_1)} \\ q_2 = 4q_1 \\ r_1 = d_1 \\ r_2 = r - d_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{q_1}{d_1^2} = \frac{(4q_1)}{(r-d_1)^2} \Rightarrow \frac{1}{d_1^2} = \frac{4}{(r-d_1)^2} \Rightarrow d_1 = \frac{1}{3}r$$

حالت دوم) در فاصله $2r$:



$$\begin{cases} \vec{E}_{2(d_2)} = \vec{E}_{1(2r-d_2)} \\ r_1 = 2r - d_2 \\ r_2 = d_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{q_1}{(2r-d_2)^2} = \frac{(4q_1)}{d_2^2} \Rightarrow \frac{1}{(2r-d_2)^2} = \frac{4}{d_2^2} \Rightarrow d_2 = \frac{4}{3}r$$

بنابراین نسبت $\frac{d_2}{d_1}$ برابر است با:

$$\begin{cases} d_2 = \frac{4}{3}r \\ d_1 = \frac{1}{3}r \end{cases} \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{\frac{4}{3}r}{\frac{1}{3}r} = 4$$

گام اول

$$\begin{cases} q_1 = 4\mu\text{C}, r_1 = 6\text{cm} \\ q_2 = -8\mu\text{C}, r_2 = 12\text{cm} \end{cases} \leftarrow \text{الف) بارهای الکتریکی نقطه‌ای } 4\mu\text{C} \text{ و } -8\mu\text{C} \text{ روی محور } x \text{ به ترتیب در } x = 6\text{ cm} \text{ و } x = 12\text{ cm} \text{ قرار دارند}$$

$$\begin{cases} r_3 = 18\text{cm}, q_3 = ?\mu\text{C} \\ \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 0 \end{cases} \leftarrow \text{ب) بار نقطه‌ای چند میکروکولن را باید در } x = 18\text{ cm} \text{ قرار داد تا میدان الکتریکی در مبدأ برابر صفر شود}$$

گام دوم

میدان دو بار $q_1 = 4\mu\text{C}$ و $q_2 = -8\mu\text{C}$ را در مبدأ حساب می‌کنیم:

$$|\vec{E}_1| = \left| \frac{kq_1}{r_1^2} \right| = \left| \frac{k \times 4 \times 10^{-6}}{36 \times 10^{-4}} \right| = \frac{k}{9 \times 10^2} \text{ N/C} \quad (\text{I})$$

$$|\vec{E}_2| = \left| \frac{kq_2}{r_2^2} \right| = \left| \frac{k \times 8 \times 10^{-6}}{144 \times 10^{-4}} \right| = \frac{k}{18 \times 10^2} \text{ N/C} \quad (\text{II})$$

از آنجایی که $|\vec{E}_1| > |\vec{E}_2|$ ، پس بار سوم باید منفی باشد و طبق رابطه $\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 0$ داریم:

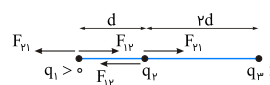
$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| + |\vec{E}_3| \xrightarrow{(\text{I}), (\text{II})} \frac{k}{9 \times 10^2} = \frac{k}{18 \times 10^2} + |\vec{E}_3| \Rightarrow |\vec{E}_3| = \frac{k}{18 \times 10^2}$$

پس سومین بار الکتریکی برابر است با:

$$\begin{cases} |\vec{E}_3| = \left| \frac{kq_3}{r_3^2} \right| \\ |\vec{E}_3| = \frac{k}{18 \times 10^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{k}{18 \times 10^2} = \left| \frac{kq_3}{r_3^2} \right| \Rightarrow |q_3| = \frac{r_3^2}{18 \times 10^2}$$

$$\Rightarrow |q_3| = \frac{(18 \times 10^{-2})^2}{18 \times 10^2} = 18 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q_3 = -18\mu\text{C}$$

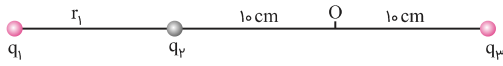
برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 هم‌اندازه برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر q_2 است، بنابراین داریم:



$$\begin{cases} F_{v1} = k \frac{q_1 q_3}{(r d)^2} = k \frac{q_1 q_3}{r^2 d^2} \\ F_{v2} = k \frac{q_2 q_3}{d^2} = k \frac{q_2}{d^2} \end{cases} \Rightarrow F_{T1} = |F_{v1} - F_{v2}| = k \frac{q_1}{d^2} \left| q_1 - \frac{q_3}{q_2} \right|$$

$$\begin{cases} F_{1v} = k \frac{q_1 q_2}{d^2} = k \frac{q_1^2}{d^2} \\ F_{2v} = k \frac{q_2 q_3}{(r d)^2} = k \frac{q_1 q_3}{r^2 d^2} \end{cases} \Rightarrow F_{T2} = |F_{1v} - F_{2v}| = k \frac{q_1}{d^2} \left| q_1 - \frac{q_3}{r} \right|$$

$$F_{T1} = F_{T2} \Rightarrow k \frac{q_1}{d} \left| q_1 - \frac{q_3}{q_2} \right| = k \frac{q_1}{d} \left| q_1 - \frac{q_3}{r} \right| \Rightarrow q_1 - \frac{q_3}{q_2} = \frac{q_3}{r} - q_1 \Rightarrow 2q_1 = \frac{13}{36} q_3 \Rightarrow \frac{q_3}{q_1} = \frac{72}{13}$$



طبق صورت سؤال در ابتدا که نیروی وارد بر هر یک از بارها صفر است، برای q_2 داریم:

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{r_1^2} = k \frac{q_3 q_2}{r_3^2}$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{q_3} = \left(\frac{r_1}{r_3}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{r_1^2}{30 - r_1} \Rightarrow r_1 = 10 \text{ cm}$$

در این حالت برای بار q_1 نیز برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. باتوجه به اینکه بارهای q_1 و q_3 هر دو مثبت هستند و نیروی F_{31} وارد بر بار q_1 از سوی بار q_3 به سمت چپ است، لذا برای خنثی شدن این نیرو، باید نیروی F_{21} از طرف بار q_2 به سمت راست بر بار q_1 وارد شود که در این صورت علامت بار q_2 باید منفی باشد.

$$|F_{21}| = |F_{31}| \Rightarrow \frac{|q_2|}{r_1^2} = \frac{q_3}{30^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{10^2} = \frac{1}{30^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{1}{9} \mu\text{C} \Rightarrow q_2 = -\frac{1}{9} \mu\text{C}$$

برآیند نیروهای وارد بر q_4 :

$$F = |F_{24} + F_{34} - F_{14}|$$

$$\Rightarrow F = 90 \frac{\frac{1}{9} \times 1}{10^2} + 90 \frac{1 \times 1}{10^2} - 90 \frac{2 \times 1}{20^2} \Rightarrow F = 7/55 \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

$$E = k \frac{q}{r^2} \Rightarrow 10^5 = 9 \times 10^9 \frac{q}{9 \times 10^{-2}} \Rightarrow q = 1 \mu\text{C}$$

$$F = Eq' \Rightarrow 0/02 = 10^5 q' \Rightarrow q' = 0/2 \mu\text{C}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

فرض می‌کنیم به‌اندازه x از یک بار کم و به بار دیگر اضافه کرده‌ایم:

$$F' = F - \frac{52}{100} F = \frac{48}{100} F$$

$$r' = r + \frac{25}{100} r = \frac{5}{4} r$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{(q-x)(q+x)}{q \cdot q} \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{48}{100} = \frac{q^2 - x^2}{q^2} \times \frac{16}{25}$$

$$12q^2 = 16q^2 - 16x^2 \Rightarrow 16x^2 = 4q^2 \Rightarrow 4x^2 = q^2 \Rightarrow 2x = q$$

$$\Rightarrow \frac{x}{q} = \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

$$q_2 = q_1 + 3 \text{ mC}$$

$$U_2 = U_1 + 900 \text{ mJ} \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{15} - \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{15} = 900 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{q_2^2 - q_1^2}{30} = 0/9 \Rightarrow (q_1 + 3)^2 - q_1^2 = 27$$

$$\Rightarrow q_1^2 + 9 + 6q_1 - q_1^2 = 27 \Rightarrow 6q_1 = 18 \Rightarrow q_1 = 3 \text{ mC}$$

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{c} = \frac{9 \times 10^{-6}}{2 \times 15 \times 10^{-6}} = \frac{3}{10} \text{ J} \times 10^3 = 300 \text{ mJ}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

راه حل اول:

$$U_2 - U_1 = 90 \frac{U = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} \rightarrow \frac{(1/25)q^2}{2 \times 5} - \frac{q^2}{2 \times 5} = 90 \Rightarrow (1/25)q^2 - q^2 = 900 \Rightarrow \frac{24}{25}q^2 - q^2 = 900 \Rightarrow q = 40 \mu C$$

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow 5 = \frac{40}{V} \Rightarrow V = 8 V$$

راه حل دوم:

باتوجه به اینکه مشخصات خازن تغییر نکرده است طبق تعریف $C = \kappa\epsilon_0 \frac{A}{d}$ ظرفیت خازن ثابت است:

$$C = \frac{q}{V} \xrightarrow{\text{C ثابت می ماند}} \frac{q_1}{V_1} = \frac{q_2}{V_2} \xrightarrow{q_2 = 1/25 q_1} V_2 = 1/25 V_1$$

$$U_2 - U_1 = 90 \xrightarrow{U = \frac{1}{2} C V^2} 90 = \frac{1}{2} \times 5 \left((1/25)^2 - 1 \right) V_1^2$$

$$\Rightarrow V_1 = 8 V$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

$$|\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}| = |\vec{F}_{13}|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = +\vec{F}_{13} \Rightarrow \vec{F}_{23} = 0 \Rightarrow q_2 = 0 \Rightarrow \text{در گزینه ها نداریم} \\ \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = -\vec{F}_{13} \Rightarrow -2\vec{F}_{13} = \vec{F}_{23} \Rightarrow |2\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}| \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 2 \times k \frac{|4 \mu C| |q_3|}{4L^2} = k \frac{|q_2| |q_3|}{L^2} \Rightarrow |q_2| = 2 \mu C$$

با توجه به اینکه نیروی \vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} خلاف جهت یکدیگرند، q_2 علامتش قرینه q_1 و منفی است:

$$q_2 = -2 \mu C$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{10/8 N \vec{i} - 14/4 N \vec{j}}{2 \times 10^{-6}} = 5/4 \times 10^6 N/C \vec{i} - 7/2 \times 10^6 N/C \vec{j}$$

$$|\vec{E}| = \sqrt{(5/4 \times 10^6)^2 + (7/2 \times 10^6)^2} = \sqrt{11 \times 10^{12}} = 9 \times 10^6 N/C$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^2 = 250 \mu J$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$\frac{E'}{E} = \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \Rightarrow \frac{E'}{2/25 \times 10^5} = \left(\frac{0/8}{0/9} \right)^2 \Rightarrow E' = \frac{16}{9} \times 10^5 N/C$$

$$F = E' q' = \frac{16}{9} \times 10^5 \times 9 \times 10^{-6} = 1/6 N$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$q_1 = +80 \mu\text{C} \quad q_2 = -50 \mu\text{C} \quad F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \xrightarrow[r = \text{فاصله بین دو بار ثابت است}]{k = \text{عدد ثابت}} F \propto |q_1| |q_2| \Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول: } F \propto 80 \times 80 \\ \text{حالت دوم: } F' \propto 60 \times 30 \end{cases}$$

$$q_1 = +60 \mu\text{C} \quad q_2 = -30 \mu\text{C} \quad \frac{F'}{F} = \frac{60 \times 30}{80 \times 80} = \frac{18}{40} = \frac{9}{20} \Rightarrow \frac{\Delta F}{F} \times 100 = \frac{\frac{9}{20} - 1}{1} \times 100 = \frac{-11}{20} \times 100 = -55\%$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

اگر ساختمان خازنی که به باتری متصل است را دست کاری کنیم، اختلاف پتانسیل آن ثابت می‌ماند؛ پس (ب) نمی‌تواند درست باشد؛ بنابراین گزینه ۱ و ۳ نادرست هستند.
از رابطه $E = \frac{V}{d}$ داریم:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2}$$

پس جمله (الف) درست است. باتوجه به رد گزینه‌های ۱ و ۳ می‌فهمیم که گزینه درست گزینه ۲ است.
جمله‌های (ب) و (ت) را هم بررسی می‌کنیم:

(پ) از رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ داریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(ت) از رابطه $Q = CV$ داریم:

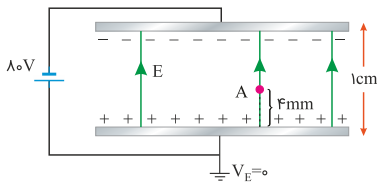
$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

گام اول: از آنجایی که میدان بین صفحه‌ها یکنواخت است، از رابطه $E = \frac{V}{d}$ اختلاف پتانسیل نقطه A و صفحه (+) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta V_{\text{صفحه}}}{d} = \frac{\Delta V_A}{d} \Rightarrow \frac{80}{1} = \frac{\Delta V_A}{0.4} \Rightarrow \Delta V_A = 32V$$

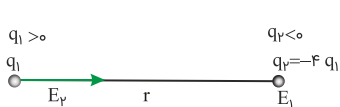
گام دوم: هرچه در جهت میدان حرکت کنیم پتانسیل نقاط کاهش می‌یابد.



از طرفی صفحه مثبت به زمین وصل شده و پتانسیل آن صفر است؛ پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که پتانسیل نقطه A، $32V$ است.

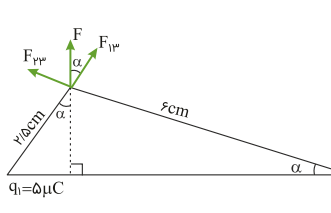
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

گام اول: جهت میدان هریک از بارها را در محل دیگری به دست می‌آوریم:



چون \vec{E}_2 و \vec{E}_1 هم جهت هستند، پس نسبت آن‌ها (+) است؛ بنابراین گزینه‌های ۳ و ۴ نمی‌توانند درست باشند.
گام دوم: $q_2 > q_1$ است؛ پس میدان آن نیز بزرگ‌تر است؛ پس گزینه ۲ درست است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹



$$\tan \alpha = \frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{2/5}{6}$$

$$\frac{q_2}{q_1} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 = \frac{2/5}{6}$$

$$q_2 \frac{(2/5)^2}{5} = \frac{2/5}{6} \Rightarrow q_2 = 12 \mu\text{C}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

$$C = 2 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$V_2 = V_1 + 1$$

$$U_2 - U_1 = 5 \times 10^{-6} \text{ J}$$

$$\frac{1}{2} C V_2^2 - \frac{1}{2} C V_1^2 = 5 \times 10^{-6}$$

$$\frac{1}{2} C ((V_1 + 1)^2 - V_1^2) = 5 \times 10^{-6}$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} (V_1^2 + 1 + 2V_1 - V_1^2) = 5 \times 10^{-6}$$

$$V_1 = 2 \text{ V}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

اگر بارهای الکتریکی بر حسب μC و فاصله بر حسب cm باشد، می‌توانیم $K = 90$ بگیریم:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} 0/9 = 90 \frac{q_1 q_2}{3600} \rightarrow q_1 q_2 = 36 \\ 1/6 = 90 \frac{q'_1 q'_2}{3600} \rightarrow q'_1 q'_2 = 64 \end{cases}$$

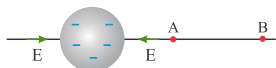
$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 - q_2}{2}$$

$$\frac{(q_1 - q_2)^2}{4} = 64 \rightarrow q_1 - q_2 = 16$$

$$\left. \begin{array}{l} q_1 q_2 = 36 \\ q_1 - q_2 = 16 \end{array} \right\} \Rightarrow q_1 = 2 \mu\text{C}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

با توجه به بار منفی کره، جهت میدان الکتریکی به سمت کره است. برای آنکه از نقطه B به نقطه A برسیم باید در جهت میدان حرکت کنیم بنابراین: $V_B > V_A$ است. اگر بار منفی را در خلاف جهت میدان حرکت دهیم (از A به B حرکت دهیم) انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد.

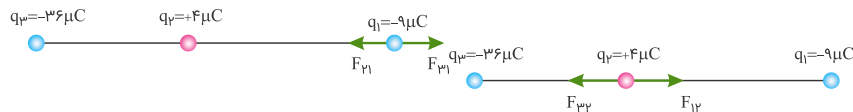


کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

گام اول: باتوجه به اینکه برآیند نیروهای وارد بر هر یک از بارها از جمله بار q_2 صفر است داریم:

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{x^2} = k \frac{q_3 q_2}{y^2} \quad q_1 = -9 \mu C, q_3 = -36 \mu C \rightarrow y = 2x$$

اگر جای q_1 و q_3 را عوض کنیم، در این حالت برآیند نیروهای وارد بر بارهای q_1 و q_2 را داریم:

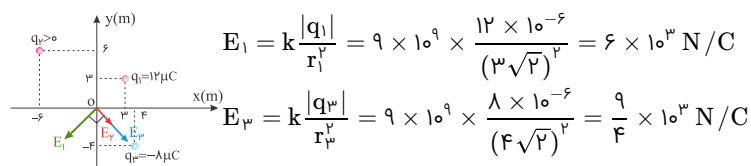


$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{|F_{12} - F_{32}|}{|F_{21} - F_{31}|} = \frac{\left| \frac{9 \times 4}{y^2} - \frac{36 \times 4}{x^2} \right|}{\left| \frac{4 \times 9}{y^2} - \frac{36 \times 9}{(y+x)^2} \right|} = \frac{\left| \frac{36}{4x^2} - \frac{36 \times 1}{x^2} \right|}{\left| \frac{36}{4x^2} - \frac{36 \times 9}{9x^2} \right|}$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{\left| \frac{1}{4} - 4 \right|}{\left| \frac{1}{4} - 1 \right|} = \frac{15}{3} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 5$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

گام اول: اندازه میدان E_1 و E_3 را در مبدأ مختصات به دست می‌آوریم:



$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{12 \times 10^{-6}}{(3\sqrt{2})^2} = 6 \times 10^3 \text{ N/C}$$

$$E_3 = k \frac{|q_3|}{r_3^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{18 \times 10^{-6}}{(4\sqrt{2})^2} = \frac{9}{4} \times 10^3 \text{ N/C}$$

گام دوم: E_2 و E_3 هم‌جهت هستند، برآیند آن‌ها را $E_{2,3}$ می‌نامیم. E_1 بر $E_{2,3}$ عمود است و برآیند این دو میدان $7/5 \times 10^3 \text{ N/C}$ است پس می‌توانیم اندازه $E_{2,3}$ را محاسبه کنیم:

$E_{2,3}$

$$E_{2,3}^2 + E_1^2 = E_t^2 \Rightarrow E_{2,3} = 10^3 \times \sqrt{(7/5)^2 - (6)^2}$$

$$\Rightarrow E_{2,3} = 4/5 \times 10^3 \text{ N/C}$$

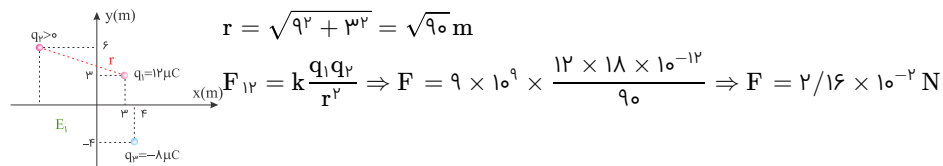
گام سوم: اندازه E_2 را به دست می‌آوریم:

$$E_{2,3} = E_2 + E_3 \Rightarrow 4/5 \times 10^3 = 2/25 \times 10^3 + E_2 \Rightarrow E_2 = 2/25 \times 10^3 \text{ N/C}$$

گام چهارم: بار q_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$E_2 = k \frac{q_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{2}{25} \times 10^3 = 9 \times 10^9 \times \frac{q_2}{(6\sqrt{2})^2} \Rightarrow q_2 = 18 \times 10^{-6} \text{ C} = 18 \mu C$$

گام پنجم: حال نیرویی که q_1 به q_2 وارد می‌کند را به دست می‌آوریم:



$$r = \sqrt{q^2 + 3^2} = \sqrt{9} \text{ m}$$

$$F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F = 9 \times 10^9 \times \frac{12 \times 18 \times 10^{-12}}{9} \Rightarrow F = 2/16 \times 10^{-2} \text{ N}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

گام اول: ظرفیت خازن را در حالت اول محاسبه می‌کنیم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = \epsilon \times \lambda / \lambda \delta \times 10^{-12} \times \frac{2 \times 10^{-4}}{\delta \times 10^{-3}} = 1/416 \times 10^{-12} F$$

گام دوم: فاصله بین صفحه‌ها از 5 mm به 2 mm می‌رسد و بقیه عوامل مؤثر ثابت است پس داریم:

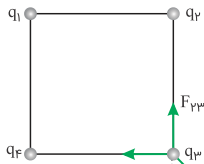
$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow C_2 = 1/416 \times 10^{-12} \times \frac{5}{2} \Rightarrow C_2 = 3/544 \times 10^{-12}$$

گام سوم: حال افزایش ظرفیت خازن را به دست می‌آوریم:

$$C_2 - C_1 = 3/544 \times 10^{-12} - 1/416 \times 10^{-12} = 2/124 \times 10^{-12} F = 2/124 P F$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

بار q_1 بار q_3 را دفع یا جذب می‌کند. فرض می‌کنیم که بار q_1 بار q_3 را دفع می‌کند. برای این که برآیند نیروهای وارد بر q_3 صفر شود هر یک از دو بار q_2 و q_4 باید بار q_3 را جذب کنند. پس علامت بارهای q_2 و q_4 قرینه علامت بار q_1 است. پس گزینه‌های ۳ و ۴ نادرست‌اند.



چون برآیند نیروها صفر است، پس برآیند دو نیروی F_{23} و F_{43} باید هم‌اندازه با F_{13} و در خلاف جهت آن باشد. پس برآیند دو نیروی F_{23} و F_{43} باید روی نیمساز زاویه آن‌ها قرار بگیرد. در نتیجه دو نیروی F_{23} و F_{43} باید هم‌اندازه باهم باشند. اندازه برآیند دو نیروی F_{23} و F_{43} را با F_{13} برابر قرار می‌دهیم:

$$\begin{aligned} \sqrt{F_{23}^2 + F_{43}^2} &= F_{13} \xrightarrow{F_{23}=F_{43}} \sqrt{F_{23}^2 + F_{23}^2} = F_{13} \Rightarrow \sqrt{2} F_{23} = F_{13} \\ \Rightarrow \sqrt{2} k \frac{|q_2||q_3|}{a^2} &= k \frac{|q_1||q_3|}{(a\sqrt{2})^2} \Rightarrow \sqrt{2} |q_2| = \frac{|q_1|}{2} \\ \Rightarrow |q_2| &= \frac{\sqrt{2}}{4} |q_1| \end{aligned}$$

$$\text{پس } q_2 = q_4 = -\frac{\sqrt{2}}{4} q_1 \text{ است.}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

در حالت اول بزرگی نیرویی که دو ذره به هم وارد می‌کنند برابر $F = k \frac{q^2}{r^2}$ است. با انتقال الکترون از A به B بار B از q به $-2q$ رسیده است یعنی $3q$ بار آن کم شده است. پس بار A به اندازه $3q$ افزایش یافته است. پس در حالت جدید بار الکتریکی دو ذره برابر $4q$ و $-2q$ است. در این حالت بزرگی نیروی الکتریکی که دو ذره به هم وارد می‌کنند برابر است با:

$$F' = k \frac{|4q||-2q|}{r^2} = 8k \frac{q^2}{r^2}$$

$$\text{پس } \frac{F'}{F} = 8 \text{ است.}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

چون دو بار q_2 و q_3 نسبت به نقطه O تقارن دارند، می‌توانیم یک بار معادل به جای آن‌ها قرار دهیم. بار q_2 را می‌توان دو بار فرضی $6 \mu C$ و $3 \mu C$ در نظر گرفت. بار فرضی $6 \mu C$ با بار $q_3 = 6 \mu C$ میدانی هم‌اندازه و در خلاف جهت هم تولید می‌کنند پس این دو بار را حذف می‌کنیم.

میدان بارهای q_1 و q'_2 در مبدأ مختصات بر هم عمودند. برآیند دو میدان بارهای q_1 و q'_2 در مبدأ مختصات را برابر $6/25 \times 10^6 \text{ N/C}$ قرار می‌دهیم. چه بار q_1 مثبت باشد و چه منفی، باز هم دو بردار E_1 و E_2 بر هم عمودند.

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6}}{(6\sqrt{2})^2 \times 10^{-4}} = \frac{3}{\lambda} \times 10^9 \text{ N/C}$$

$$E_{\text{net}} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \Rightarrow 6/25 \times 10^6 = \sqrt{\left(\frac{3}{\lambda} \times 10^9\right)^2 + E_1^2}$$

$$\Rightarrow E_1^2 = \left(\frac{25}{3} \times 10^6\right)^2 - \left(\frac{15}{3} \times 10^6\right)^2 = \left(\frac{10^6}{3}\right)^2 (25^2 - 15^2)$$

$$E_1 = \frac{10^6}{3} \times \sqrt{(25-15)(25+15)} = \frac{10^6}{3} \times 20 = 5 \times 10^6 \text{ N/C}$$

حالا اندازه بار q_1 را به دست می‌آوریم:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r^2} \Rightarrow 5 \times 10^6 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1|}{(6\sqrt{2})^2} \Rightarrow |q_1| = 4 \times 10^{-6} \text{ C} = 4 \mu C$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

گام اول: با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن، ظرفیت آن ثابت می‌ماند. زیرا ظرفیت به ساختمان فیزیکی خازن بستگی دارد. طبق رابطه $Q = CV$ به صورت نسبتی، داریم:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow{C_2=C_1} \frac{Q_2}{Q_1} = 1 \times 0/9 = 0/9 = \frac{90}{100}$$

بنابراین بار خازن ۱۰ درصد کاهش یافته است.

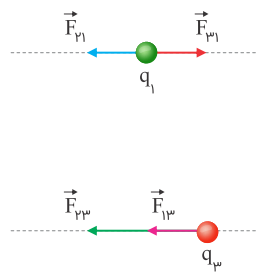
گام دوم: از رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ به صورت نسبتی استفاده می‌کنیم تا نسبت انرژی ذخیره‌شده در خازن در حالت دوم به اول به دست بیاید.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \xrightarrow{\frac{C_2}{C_1}=1} \frac{U_2}{U_1} = (0/9)^2 = \frac{81}{100}$$

پس انرژی ذخیره‌شده در خازن ۱۹ درصد کاهش یافته است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

با توجه به علامت بارها، نیروی خالص وارد بر q_1 و q_3 را به دست می‌آوریم:



$$F_{T_1} = F_{12} - F_{31}$$

$$= k \frac{q \times 2q}{x^2} - k \frac{q \times 4q}{9x^2} = \frac{kq^2}{x^2} \left(2 - \frac{4}{9} \right) = \frac{14}{9} k \frac{q^2}{x^2}$$

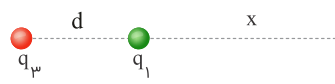
$$F_{T_3} = F_{13} + F_{23}$$

$$= k \frac{q \times 4q}{9x^2} + k \frac{2q \times 4q}{4x^2} = \frac{kq^2}{x^2} \left(\frac{4}{9} + 2 \right) = \frac{22}{9} k \frac{q^2}{x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{T_1}}{F_{T_3}} = \frac{\frac{14}{9} k \frac{q^2}{x^2}}{\frac{22}{9} k \frac{q^2}{x^2}} = \frac{14}{22} = \frac{7}{11}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

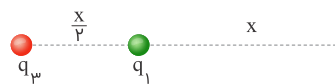
بارهای q_1 و q_2 ناهمنام هستند بنابراین محل بار سوم خارج فاصله دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر (سمت چپ بار q_1) می‌باشد.



$$F_{13} = F_{12} \Rightarrow \frac{|q_1|}{d^2} = \frac{|q_2|}{(x+d)^2} \Rightarrow \frac{q}{d^2} = \frac{9q}{(x+d)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{d} = \frac{3}{x+d} \Rightarrow d = \frac{x}{2}$$

q_1 بین بارهای q_2 و q_3 است و برای اینکه q_1 در تعادل باشد، باید q_2 و q_3 همنام باشند یعنی فقط گزینه ۴ درست است.



$$F_{31} = F_{21} \Rightarrow \frac{|q_3|}{\left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{|q_2|}{x^2} \Rightarrow |q_3| = \frac{9q \times \frac{x^2}{4}}{x^2} \Rightarrow |q_3| = \frac{9}{4} q$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

روش اول: با توجه به یکنواخت بودن میدان و رابطه $\Delta V = Ed$ می‌توانیم بنویسیم:

$$V_P - V_A = E \times d \Rightarrow V_P - V_A = \frac{V_0}{5} \times 2 = 2V$$

$$V'_P - V_A = E' \times d' \Rightarrow V'_P - V_A = \frac{V_0}{10} \times 2 = 2V \Rightarrow V'_P - V_P = -4V$$

روش دوم: اختلاف پتانسیل دو صفحه، ثابت و برابر $20V$ است. فاصله نقطه P تا صفحه A ثابت و برابر 2 mm است.

$$\Delta V = Ed \Rightarrow \begin{cases} V_P - V_A = \frac{V}{5} \times 20 = 4V \\ V'_P - V_A = \frac{V}{10} \times 20 = 2V \end{cases} \Rightarrow V'_P - V_P = -4V$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

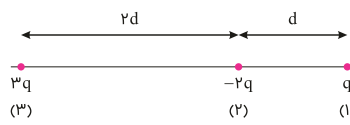
در آرایش‌های (۱) و (۳) با توجه به یکنواخت بودن میدان رابطه $\Delta V = Ed$ ، می‌توانیم بنویسیم:

$$E_3 > E_1$$

$$d_3 = d_1 \Rightarrow \Delta V_3 > \Delta V_1 : \text{فقط گزینه ۱}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

ابتدا نیروی خالص وارد بر بار q_3 را حساب می‌کنیم:



$$\left. \begin{aligned} F_{13} &= \frac{k(3q)(q)}{9d^2} = \frac{kq^2}{3d^2} \\ F_{23} &= \frac{k(2q)(3q)}{4d^2} = \frac{3}{2} \frac{kq^2}{d^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_{net,3} = \frac{9kq^2 - 2kq^2}{6d^2} = \frac{7}{6} \frac{kq^2}{d^2}$$

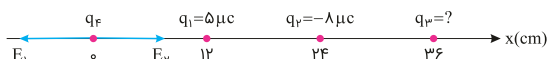
حال نیروی خالص وارد بر بار q_2 را حساب می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} F_{12} &= \frac{kq(2q)}{d^2} = 2 \frac{kq^2}{d^2} \\ F_{32} &= F_{23} = \frac{3}{2} \frac{kq^2}{d^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_{net,2} = 2 \frac{kq^2}{d^2} - \frac{3}{2} \frac{kq^2}{d^2} = \frac{1}{2} \frac{kq^2}{d^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{net,2}}{F_{net,3}} = \frac{\frac{1}{2} \frac{kq^2}{d^2}}{\frac{7}{6} \frac{kq^2}{d^2}} = \frac{3}{7} \Rightarrow F_2 = \frac{3}{7} F_3 \Rightarrow \vec{F}_2 = +\frac{3}{7} \vec{F}_3$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

نیروی الکتریکی وارد بر بار q_4 صفر است. پس میدان خالص حاصل از بارها در محل بار q_4 صفر است. در این صورت می‌توان نوشت:



$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{k \times 5}{144} \\ E_2 &= \frac{k \times 1}{576} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_1 - E_2 = \frac{20k - 1k}{576} = \frac{19k}{576} = \frac{k}{48}$$

بنابراین میدان حاصل از بار q_3 باید در جهت مثبت محور بوده و مقدار میدان خالص حاصل از دو بار q_1 و q_2 را خنثی کند. پس می‌توان نوشت:

$$E_3 = \frac{kq_3}{d^2} = \frac{k}{48} \Rightarrow \frac{q_3}{36 \times 36} = \frac{1}{48} \Rightarrow q_3 = -27 \mu C$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

ابتدا تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره باردار را حساب می‌کنیم:

$$\Delta U = -\Delta K = -\frac{1}{2}m(V_B^2 - V_A^2) \Rightarrow \Delta U = -\frac{1}{2}(4 \times 10^{-9})(400 - 100) \Rightarrow \Delta U = -6 \times 10^{-7} \text{ J}$$

اکنون برای محاسبه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه می‌توان نوشت:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-6 \times 10^{-7}}{5 \times 10^{-9}} = -120 \text{ V}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

ابتدا تغییر بار صفحه‌ها را حساب می‌کنیم:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta V} \Rightarrow \lambda \times 10^{-6} = \frac{\Delta q}{1} \Rightarrow \Delta q = \lambda \times 10^{-6} \text{ C}$$

برای محاسبه تعداد الکترون‌های تغییر کرده می‌توان نوشت:

$$\Delta q = ne \Rightarrow \lambda \times 10^{-6} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 5 \times 10^{13}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱